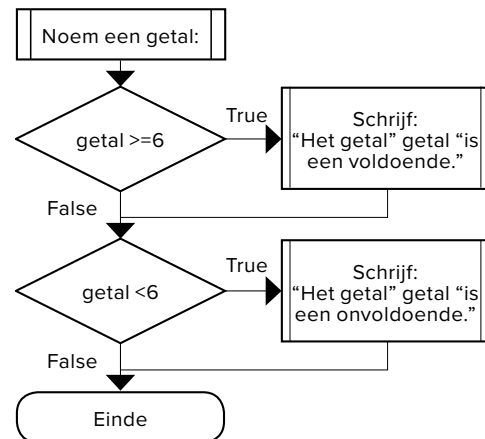


# Handig met getallen

## Kernbegrippen Kennisbasis Verbanden - deel 2

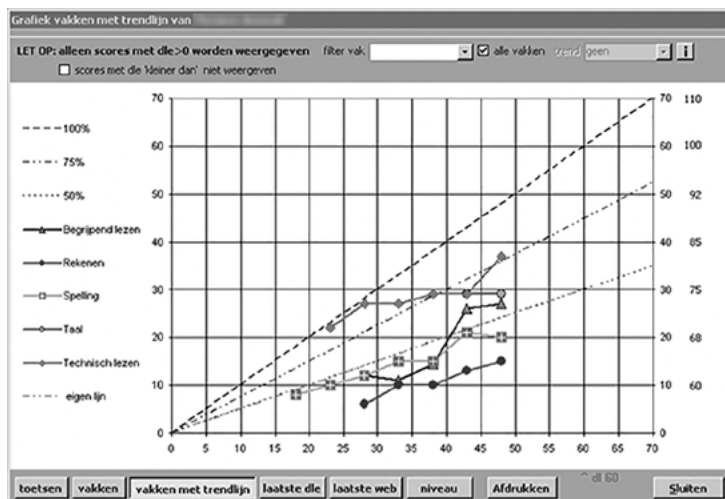
- Stroomdiagram of stroomschema:  
Een stroomdiagram of stroomschema (flowsheet of flowchart) is een schematische voorstelling om een proces te visualiseren of om fouten in het proces te kunnen vinden.

### If-statement



- **Grafische representatie**

De weergave van getalsmatige gegevens in de vorm van een grafiek.



- Voorbeeld: gegevens uit een leerlingvolgssysteem (Zie: Grafiek).

- **Grootheid**

Datgene wat je kunt meten, bijvoorbeeld lengte of luchtdruk. Een begrip dat vaak in een adem met eenheid wordt genoemd. De eenheid is dan de waarde waarin je de grootheid meet:

- Bij de grootheid lengte is dat 'meter' (m).
- Bij de grootheid luchtdruk is dat 'hectopascal'(hPa).

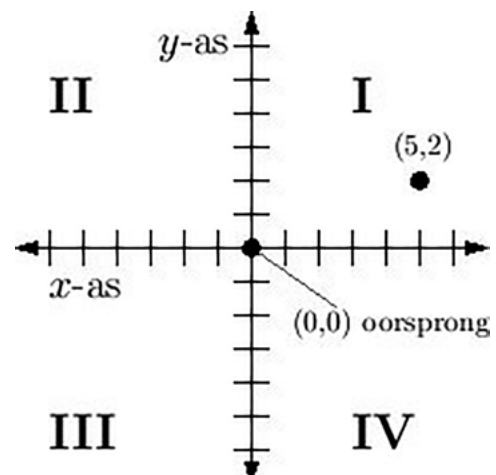
Er zijn heel veel grootheden met hun bijbehorende eenheden.

- **Horizontaal mathematiseren**

Zie: Mathematiseren.

- **Kwadranten**

De vier delen of kwarten waarin de assen van een grafiek het vlak verdelen. Vaak is alleen het eerste kwadrant (I) relevant. In dat kwadrant hebben alle variabelen een positieve waarde. In het voorbeeld zijn alle vier de kwadranten getekend. In het eerste kwadrant is het punt (5, 2) getekend, waarbij 5 de x-coördinaat en 2 de y-coördinaat is.



- **Kwadratisch verband.**

Een formule waarin de onbekende (de variabele) in het kwadraat (tweede macht) voorkomt. Ook wel een tweede machtsverband:  $y = 3x^2$  is dus een kwadratisch verband.

- **Legenda (ook: legende)**

Een legenda geeft de betekenis weer van de gebruikte symbolen en/of kleuren in de grafiek en is daar (vaak in een kader geplaatst) onderdeel van.

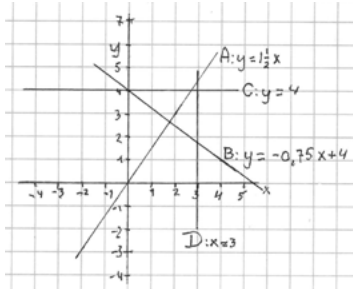
- **Lineair verband**

Een lineair verband is een verband dat weergegeven wordt met een formule van de vorm  $y = ax + b$ , waarbij  $x$  en  $y$  de variabelen,  $a$  het hellingsgetal of de richtingscoëfficiënt en  $b$  het startgetal zijn. De grafiek van een lineair verband is een rechte lijn die kan stijgen of dalen.

De vergelijking  $T = 2t + 15$  is een lineair verband, want de variabelen  $t$  en  $T$  komen alleen in de eerste macht voor. Bij  $T = 2t + 15$  stijgt de grafiek: als  $t$  toeneemt in waarde, neemt  $T$  ook toe in waarde.

Bij  $B = -15a + 60$  hoort een dalende grafiek: Als  $a$  toeneemt in waarde, neemt  $B$  af in waarde.

- Voorbeeld: In deze grafiek zijn vier lijnen getekend:



- A is een stijgende lijn, want als  $x$  groter wordt, dan wordt  $y$  ook groter. De vergelijking van lijn A is:  $y = 1,5x$  (en is derhalve recht evenredig).
- B is een dalende lijn, want als de waarde van  $x$  toeneemt, dan neemt de waarde van  $y$  af. De vergelijking van lijn B is:  $y = 4 - 0,75x$  (of  $-0,75x + 4$ ).
- Bij C zie je dat de  $y$  waarde altijd 4 is, los van de  $x$  waarde. De lijn stijgt en daalt niet, maar loopt horizontaal. De vergelijking van lijn C is:  $y = 4$  (de grafiek van een constante functie), want de helling = 0. De grafiek stijgt of daalt niet.
- Lijn D is een verticale lijn met als vergelijking  $x = 3$  (geen lineair verband).

- **Mathematiseren**

Van een context wiskunde maken. Dat kan al heel eenvoudig:

Hoeveel appels kom je te kort als je aan 5 personen een appel wilt geven en er liggen er maar twee op de schaal?

Mathematiseren is dan:  $5 - 2 = 3$ . Terug in de context: je hebt 3 appels te kort. Dus mathematiseren betekent 'verwiskundigen'.

Twee begrippen die je daar ook bij gebruikt zijn 'horizontaal' en 'verticaal' mathematiseren.

- Bij horizontaal mathematiseren maak je van de context een wiskundige formule.

- Bij verticaal mathematiseren pas je die formule toe tot je het antwoord hebt gevonden.

Voorbeeld:

- De context: Een ladder van 13 meter staat schuin tegen een muur en komt op 12 meter hoogte tegen de muur.

- Vraagstelling: Hoever staat de voet van de trap van de muur af?

- Horizontaal mathematiseren is het toepassen van de stelling van Pythagoras, dus:

$$a^2 + b^2 = c^2; \text{ ingevuld is dat: } a^2 + 12^2 = 13^2.$$

- Verticaal mathematiseren betekent rekenen met je wiskundige kennis, dus:

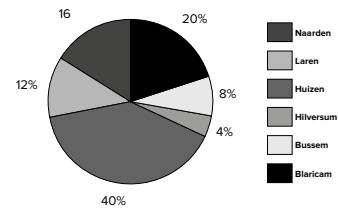
$$a^2 + 144 = 169; a^2 = 25; a = 5.$$

- Terug naar de context: de ladder staat 5 meter van de muur.

- **Mediaan**

Zie: Centrummaat.

Uit 1 klas komen ... % leerlingen uit:



- **Minuten**

Een minuut is een onderverdeling van een graad. Een graad is onderverdeeld in 60 minuten (notatie: 60'). Met minuten kun je de grootte van een hoek nog nauwkeuriger bepalen en weergeven dan in graden. De grootte van een hoek is bijvoorbeeld: 23° 32', dus ruim 23<sup>1</sup>/<sub>2</sub>° (de helft van 60' is immers 30'). Een minuut (1') kun je verder onderverdelen: in 60 seconden (notatie: 60''). Je moet de hoekgroottes dan nauwkeurig meten. De onderverdeling van een geodriehoek is te grof, daarmee lukt dat niet.

- Voorbeeld 1: De scheepvaart en het vliegverkeer gebruiken graden en minuten voor plaatsbepaling op aarde. De positie van elke plek op aarde kun je uitdrukken in graden en minuten. Rotterdam ligt op ruwweg 4°30' Oosterlengte en 51°55'Noorderbreedte.

- Voorbeeld 2: Elke plek op aarde is te beschrijven met behulp van coördinaten. Het 'Global Positioning System' (GPS) maakt gebruik van satellietsignalen om die coördinaten exact te bepalen, ook ten opzichte van elkaar. Navigatieapparatuur, ook op je Smartphone, beschikt over een GPS chip.

- **Modus en modale klasse**

De modus is de waarde die het meest als waarneming voorkomt.

- Voorbeeld: In de tabel zie je de uitslag van de 10 worpen met de dobbelsteen van Antonie. Hij heeft drie keer 5 gegooid. De waarde 5 is dus de modus.

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Aantal ogen | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Frequentie  | 1 | 2 | 2 | 1 | 3 | 1 |

Als je te veel waarnemingen hebt om apart weer te geven, deel je ze in klassen van waarnemingen in.

- Voorbeeld: het Staatsexamen NT2 (Nederlands als 2e taal) heeft in mei 185 deelnemers. Het is ondoenlijk om alle resultaten (de waarnemingen) apart te noteren. Dat levert immers een rij van 185 cijfers op. Daarom deel je de resultaten in klassen in, bijvoorbeeld: [1,0 - 2,0], [2,1- 3,0], [3,1- 4,0] enzovoort. De klasse waarin de meeste waarnemingen voorkomen heet de modale klasse. Als de meeste kandidaten een resultaat behalen in de klasse [ 6,1 – 7,0], dan is dat de modale klasse.

- **Onbekende**

Datgene dat je te weten wilt komen en dus moet uitrekenen, ook wel 'variabele' genoemd. Vaak doe je dat door het oplossen van een vergelijking. Zo is 'a' de onbekende in de vergelijking '4 + a = 18'. In deze vergelijking kun je 'a' eenvoudig uitrekenen.

- **Oorzakelijk**

Denk je aan 'oorzaak', dan denk je direct aan 'gevolg'. Een oorzakelijk verband betekent dat een verschijnsel of effect, bijvoorbeeld 'gevoelstemperatuur' als afhankelijke variabele (deels) wordt verklaard of veroorzaakt door een of meer onafhankelijke variabelen, bijvoorbeeld zonnekracht en tijd. Want, afhankelijk van zowel de kracht van de zon als het verloop van de zon voelt het warmer of kouder. Zie ook het begrip: causaal

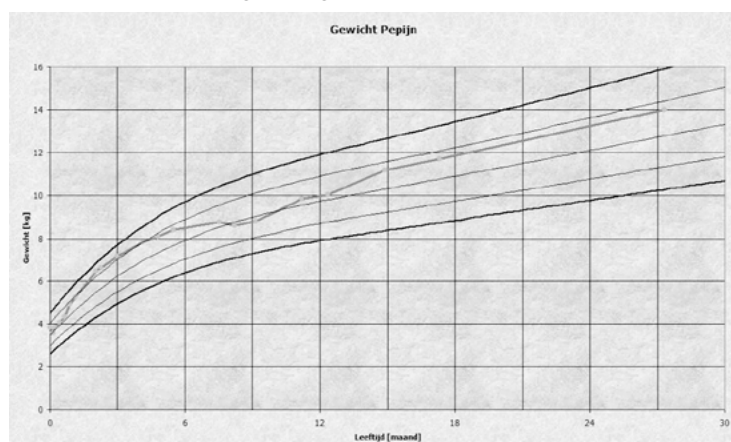
- **Percentage**

Percentage is een woord voor een 'aantal procenten'. Een percentage van 75 betekent dat - bijvoorbeeld - 75% van de eerste jaar studenten in één keer is geslaagd voor de Wiscat.

- **Percentiel**

Een percentiel is  $\frac{1}{100}$  deel van een aantal of groep waarnemingen. Je kunt die groep waarnemingen beschrijven met behulp van percentielen als nadere onderverdeling in 100 delen van gelijke grootte. De term percent vind je niet voor niets terug in woorden als percentage en procenten.

Als een waarde (een getal of waarneming) zich in het 23<sup>e</sup> percentiel bevindt, wil dat zeggen dat maximaal 23% van alle waarnemingen een waarde heeft die kleiner is dan of gelijk is aan die waarde.



- Voorbeeld: In de grafiek is de lijn met stippen de lijn van het gewicht van Pepijn, de andere lijnen zijn respectievelijk het 3<sup>e</sup>, 15<sup>e</sup>, 50<sup>e</sup>, 85<sup>e</sup> en 97<sup>e</sup> percentiel.

Als Pepijn ongeveer 4,5 maand oud is, loopt de lijn die zijn ontwikkeling weergeeft in het 85ste percentiel. Dat betekent dat 85% van de kinderen lichter is dan Pepijn en 15% van de kinderen zwaarder.

#### • Progressief (verticaal) mathematiseren

De mathematische verwerking van een probleem, dat wil zeggen: het oplossen van het probleem en de verdere formalisering daarvan door alleen het gebruik van getallen en (de eigenschappen van) bewerkingen.

- Voorbeeld 1: Je kunt  $38.466 + 9.988$  op een handige manier uitrekenen door eerst 10.000 bij 38.466 op te tellen en van dat getal 12 af te trekken.

- Voorbeeld 2: Je kunt 12,5% korting van een bedrag van € 640,- handig berekenen: 12,5% is  $\frac{1}{8}$  deel van 100%. Het getal 64 kun je gemakkelijk delen door 8, dus want  $640 : 8 = 64 : 8 \times 10 = 80$ .

#### • Random

Zo willekeurig mogelijk dus: zonder voorkeur en zonder invloed te hebben op de samenstelling van een steekproef. Met een andere woord heet dat dan een aselechte steekproef (aselect betekent: niet selecteren).

#### • Representatie

Een representatie (letterlijk: weergave) is de manier waarop je waarnemingen in een tabel of een andere (grafische) vorm weergeeft. De resultaten van een onderzoek naar sportbeoefening geef je in een cirkeldiagram weer. Het verloop van de temperatuur op een bepaalde dag zet je in een lijngrafiek en de ontwikkeling van de winst per jaar in een histogram. Alle drie de vormen zijn representaties van waarnemingen. (zie ook: Grafieken).

#### • Schaal

De schaal is de verhouding tussen de afmetingen van het model of de afbeelding en de werkelijke afmetingen van het origineel. Een schaal 1 : 25 betekent dat het origineel groter is dan de representatie. In Madurodam is alles op schaal 1 : 25 gemaakt. Als daar de hoogte van een gebouw 30 cm is, dan is de hoogte van dat gebouw in werkelijkheid  $25 \times 30 = 750$  cm = 7,5 meter.

Een schaal 10 : 1 betekent dat het origineel kleiner is dan de afbeelding of het model, bijvoorbeeld bij het enorme ijschoortje van 200 cm hoog voor een cafetaria terwijl het echte ijsje 20 cm hoog is. Bij de notatie van schaal hoeft je eigenlijk - wat op kaarten meestal wel gebeurt - geen eenheid te plaatsen. De verhouding blijft immers altijd hetzelfde.

#### • Schaalverdeling

Een schaalverdeling is de verdeling van een lijn of lijnstuk in gelijke delen, zoals de streepjes op een liniaal of de frequentieverdeling van een analoge radio. De assen van een grafiek (zie: Assen) zijn vaak met behulp van getallen onderverdeeld in gelijke delen, de schaalverdeling. Daarmee kun je de waarden uit de grafiek af lezen. Soms staan er woorden, bijvoorbeeld maanden of vervoermiddelen, in plaats van getallen bij de assen. Dat gebeurt vooral bij staafgrafieken.

#### • Schematiseren

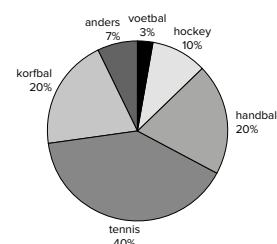
Het overzichtelijk maken van een concrete situatie of vraagstelling door die op een eenvoudiger manier te representeren, bijvoorbeeld met een schema te plaatsen of een tekening. Je gebruikt pijlen en trefwoorden om eventuele relaties aan te geven. Op de basisschool wordt vaak als schema een woordweb gebruikt.

#### • Score

Resultaat

#### • Sectoren

Sectordiagrammen (ook wel cirkeldiagrammen) zijn cirkels die onderverdeeld zijn in sectoren (cirkeldelen), de delen van een cirkel- of sectordiagram. Sectoren kun je vergelijken met taartpunten. In dit voorbeeld over sportbeoefening is de cirkel verdeeld in 6 sectoren.



- **Significant**

Een significant (betekenisvol of veelbetekenend) verband wil zeggen: een verband dat niet door toeval is ontstaan.

- Voorbeeld 1: de kernramp in Japan (Fukushima, 11 maart 2011) heeft in Nederland niet voor significante radioactiviteit gezorgd. Dat betekent: de kernramp heeft in Nederland geen radioactieve straling van enige omvang veroorzaakt.

- Voorbeeld 2: Leerlingen die zelf modellen leren ontwerpen behalen significant hogere leerresultaten dan leerlingen die formele modellen door de leerkracht aangereikt krijgen. Er is dus sprake van een significant verband tussen het zelf ontwerpen van modellen en het behalen van betere resultaten.

- **Statistiek**

Het onderdeel van de wiskunde dat gegevens (op allerlei gebied) verzamelt, bewerkt (vaak door berekeningen), presenteert m.b.v. bijvoorbeeld tabellen en/of grafieken, interpreteert en er vervolgens conclusies aan verbindt. Statistiek is voor veel mensen lastig te doorzien en wordt nogal eens voor eigen doeleinden gebruikt. Blijf dus kritisch bij statische presentaties.

- **Steekproef**

Een deel van een totale groep (populatie), bijvoorbeeld van 'de Nederlandse bevolking'. Gebaseerd op een onderzoek bij een willekeurige steekproef van 8.500 Nederlanders kun je uitspraken doen over de politieke voorkeur van de Nederlandse bevolking (de populatie).

Oorspronkelijk komt het begrip 'steekproef' uit de kaashandel waar controleurs de kazen keurden door een stukje eraf te snijden met een bijzonder mes.

- **Stijgen (Zie ook: Dalen)**

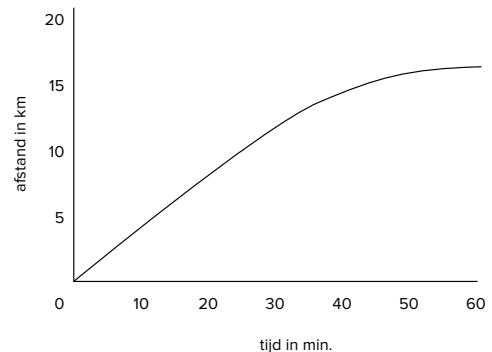
Een begrip bij grafieken. Als de grafiek van links naar rechts gezien 'naar boven gaat' noem je dat een stijgende grafiek.

- **Strook**

Een model dat gangbaar is bij het uitleggen van procenten. Je kunt een strook ook voor andere rekenonderdelen gebruiken. Kinderen in Singapore bijvoorbeeld leren rekenen m.b.v. de strookmethode, dus op een meer visuele manier. En zeer succesvol.

- **Tijd - afstand grafiek**

Een tijd - afstand grafiek geeft de relatie weer tussen de verstreken tijd en de afgelegde afstand, zoals bijvoorbeeld de grafiek van de afstand die een hardloper in een uur aflegt.



- **Validiteit**

Een goed onderzoek is, behalve representatief en betrouwbaar, ook valide. Validiteit is de mate waarin datgene wat je observeert of meet daadwerkelijk hetzelfde is als wat je wilt observeren of meten. Zo kun je met een meetlint heel exact afstanden meten, maar geen temperatuur. Je meetinstrument is dan niet valide.

- **Variabelen**

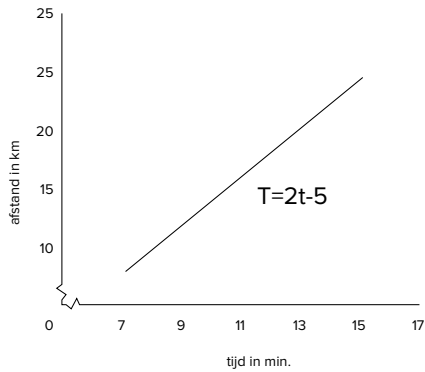
Variabelen zijn grootheden waarvan de waarde kan veranderen. Letterlijk betekent variabele dan ook veranderlijke. Als je de temperatuur op verschillende tijdstippen van de dag meet, zijn zowel de tijd als de temperatuur variabelen. Ze kunnen immers verschillende waarden hebben. Je kunt wel een nader onderscheid maken

tussen afhankelijke en onafhankelijke variabelen.

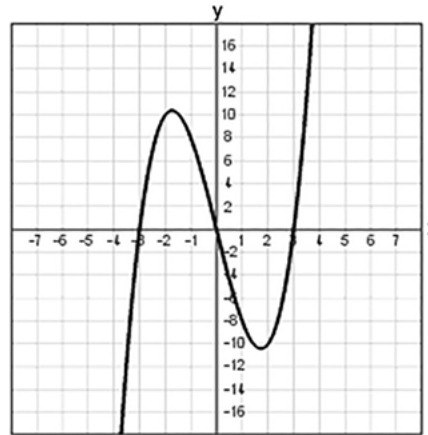
Omdat het verloop van de temperatuur veranderlijk is en de tijd altijd volgens een vast patroon verloopt, noem je de variabele temperatuur in dit voorbeeld afhankelijk van de variabele (het verloop van de) tijd. Je meet het verloop van de hoogte van de temperatuur afhankelijk van het verloop van de tijd. Je zegt ook wel: 'Het verloop van de temperatuur is een functie van de tijd'. Daarom wordt temperatuur de afhankelijke variabele genoemd en de tijd de onafhankelijke variabele.

- Voorbeeld 1: Op een mooie zomermorgen stijgt de temperatuur elk uur twee graden. De temperatuur kan je uitrekenen met de formule  $T = 2t - 5$ , waarbij  $t$  de tijd in uren is en  $T$  de temperatuur in graden Celsius. Deze formule is geldig vanaf 7 uur 's morgens tot 15 uur 's middags. Dus als  $t = 10$  (uur) is de temperatuur  $T = 2 \times 10 - 5 = 15^\circ\text{C}$ .

In de wiskunde kunnen de getallen  $x$  en  $y$  iedere waarde hebben. In de grafiek staat de onafhankelijke variabele (de  $x$  waarde) op de horizontale as aangegeven en de afhankelijke variabele (de  $y$  waarde) op de verticale. In Voorbeeld 1 staat tijd op de horizontale as.



Voorbeeld 1



Voorbeeld 2

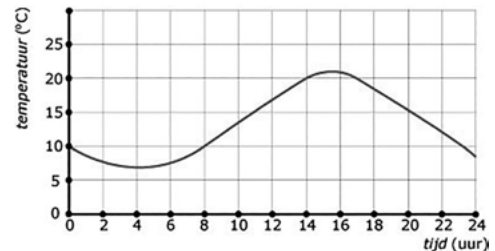
- Voorbeeld 2: De grafiek van  $y = x^3 - 9x$ . Hierin is  $x$  de onafhankelijke variabele (horizontale as) en  $y$  de afhankelijke variabele (verticale as), want  $y$  is afhankelijk van  $x$ . Verandert de waarde van  $x$ , dan verandert ook de waarde van  $y$ . Als  $x=2$ , dan  $y = 2^3 - 9 \times 2 = 8 - 18 = -10$  (zie grafiek). Bij de onafhankelijke variabele  $x = 2$  hoort de afhankelijke variabele  $y = -10$ .

• **Verandering**

Een grafiek geeft vaak de verandering in een situatie weer, bijvoorbeeld het temperatuurverloop door de dag heen. Je kunt veranderingen op verschillende manieren in een grafiek laten zien en weergeven.

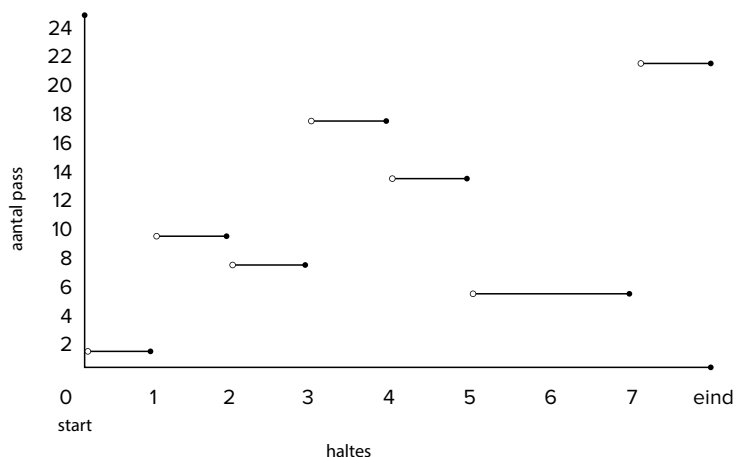
▪ **Continu of continuïteit:**

Variabelen of uitkomsten zijn continu als de mogelijke waarden aansluitende getallen of klassenwaarden zijn. Tusseliggende waarden hebben betekenis en de metingen houden verband met elkaar. Een continue grafiek kun je zonder onderbreking als kromme of rechte lijn tekenen, zoals in het voorbeeld van de temperatuurgrafiek.



▪ **Discreet of discontinuïteit:**

Variabelen of uitkomsten zijn discreet (discontinu) als de mogelijke waarden slechts een beperkt aantal getallen of klassenwaarden zijn. Tusseliggende waarden hebben geen betekenis en geen onderling verband. In een grafiek is dat te zien aan de sprongen in de grafiek. Als je zo'n grafiek tekent, moet je je potlood van papier halen. Dat doe je bijvoorbeeld als je een grafiek maakt van het aantal passagiers in een bus van het begin- tot en met het eindpunt.



- **Verband**

Een koppeling van of relatie tussen gebeurtenissen of van twee series getallen, bijvoorbeeld een kwadratisch verband:

Bepaal van elk positief geheel getal het kwadraat:

|          |   |   |   |    |    |    |    |    |
|----------|---|---|---|----|----|----|----|----|
| Getal    | 1 | 2 | 3 | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  |
| Kwadraat | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 |

Een verband wordt vaak weergegeven m.b.v. een formule.

Bij dit kwadratisch verband hoort de formule  $y = x^2$

- **Vergelijking**

Een vergelijking bestaat uit drie delen: de linkerkant, het '=' - teken' en de rechterkant.

De gedeeltes aan beide kanten van het '=' - teken' zijn gelijk. Dat is het uitgangspunt. Stel het je voor als een balansweegschaal die in evenwicht is en moet blijven, wat je ook weghaalt of erbij doet. Los je de vergelijking op, dan heb je het antwoord.

Voorbeeld:  $7x + 11 = 8 - 3x$

Bij beide kanten tel ik  $3x$  op:

$$7x + 11 + 3x = 8 - 3x + 3x.$$

Dat wordt dan:

$$10x + 11 = 8$$

Nu trek ik van beide kanten  $11$  af:

$$10x + 11 - 11 = 8 - 11$$

Dat wordt dan:

$$10x = -3$$

Nu deel ik beide kanten door  $10$ :

$$10x : 10 = -3 : 10$$

Dat wordt dan:  $x = -0,3$

Dat is dus het antwoord van de vergelijking.

- **Verticaal mathematiseren**

Zie progressief schematiseren.

- **Willekeurig**

Aselect, zonder voorkeur.