

Lerarenopleiding basisonderwijs

10
voor
de
leraar



Kennisbases en profilering



versie 16 april 2018 | ingangsdatum studiejaar 2018-2019

Lerarenopleiding basisonderwijs

10
voor
de
leraar



Kennisbasis Wiskunde

Inleiding

Globale theorie wiskunde en didactiek

Vakdidactiek wiskunde is geen statisch geheel maar is onder invloed van onderzoek, maatschappelijke ontwikkelingen en noties rond wiskundeonderwijs voortdurend in beweging. Dat geldt onder meer voor de naam van het vak. Dit vak wordt en werd aangeduid als 'rekenen', 'rekenen-wiskunde' en 'wiskunde'. In aansluiting op wat internationaal gebruikelijk is en met het oog op doorlopende leerlijnen spreken we in deze kennisbasis van 'Wiskunde voor het basisonderwijs'. Daarmee wordt hetzelfde domein aangeduid als wat elders, bijvoorbeeld binnen opleidingen, wordt benoemd als 'rekenen' of 'rekenen-wiskunde'. Globale theorie van wiskunde voor het basisonderwijs betreft theorieën over het leren en onderwijzen van wiskunde in algemene zin (Freudenthal, 1991; Clements, Bishop, Keitel, Kilpatrick, & Leung, 2013). Lokale theorieën, ook wel domeinspecifieke theorieën genoemd, gaan over het leren en onderwijzen van specifieke onderdelen van wiskunde (Goffree & Dolk, 1995; Treffers, 1987). Kennis die voortvloeit uit globale theorie van wiskunde gaat bijvoorbeeld om kennis van waarden en doelen van het wiskundeonderwijs op de basisschool, waaronder kerndoelen, tussendoelen en referentieniveaus.

Doelen van het vakgebied wiskunde op de basisschool

Wiskundige kennis, inzicht en vaardigheden die leerlingen op de basisschool opdoen, zijn van belang voor het maatschappelijk functioneren en het vervolgonderwijs. Daarnaast heeft rekenen-wiskunde een intrinsiek vormende waarde. Een en ander komt tot uitdrukking in de voor het basisonderwijs gehanteerde kerndoelen (en de karakteristiek van het vak rekenen-wiskunde die daarin wordt gegeven). Daarin is naast aandacht voor getallen, bewerkingen, meten en meetkunde ook nadrukkelijk aandacht voor wiskundig inzicht en gecijferdheid.

Gecijferdheid

Gecijferdheid verwijst naar het vermogen om adequaat te kunnen handelen en redeneren in (alledaagse) situaties waarin getallen, getalsmatige en meetkundige aspecten naar voren komen (Paulos, 1988; Mcintosh, Reys, & Reys, 1992). Het ontwikkelen van gecijferdheid begint al bij (zeer) jonge kinderen, terwijl zij, bijvoorbeeld in hun spel, grip proberen te krijgen op hun leefwereld. Dit wordt aangeduid als ontlukende gecijferdheid (Van Nes, 2009). Gecijferdheid is meer algemeen van belang voor het maatschappelijk functioneren en is als zodanig vastgelegd in de karakteristiek van wiskunde in de kerndoelen. De overheid heeft het niveau van maatschappelijk functioneren vastgelegd als het 2F-niveau.

De specifieke gecijferdheid van leraren wordt aangeduid als 'professionele gecijferdheid' (Oonk, Van Zanten, & Keijzer, 2007). Een leraar zet zijn professionele gecijferdheid in voor het onderwijs aan leerlingen. Dit is een voorwaarde voor het didactisch handelen (Keijzer, Van Doornik-Beemer, & Oonk, 2017).

Kerndoelen, tussendoelen en referentieniveaus

Kerndoelen zijn streefdoelen. Tussendoelen Annex Leerlijnen (TAL) formuleerde een onderwijsleertraject om de kerndoelen voor rekenen-wiskunde te bereiken.

De kerndoelen rekenen-wiskunde zijn uitgewerkt in Tussendoelen en Leerlijnen (TULE) en voor het leergebied getallen ook in Digilijn. Al deze documenten beschrijven tevens lokale onderwijstheorieën voor het vak rekenen-wiskunde in de basisschool. Voor basiskennis en basisvaardigheden (taal en) rekenen heeft de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen referentieniveaus vastgesteld. Voor het basisonderwijs gaat het om een fundamenteel niveau 1 dat 85 procent van de leerlingen moet halen, en streefniveau 1 waarop 65 procent van de leerlingen het basisonderwijs moet afsluiten. Er zijn bij de referentieniveaus verschillende operationalisering van de tussenniveaus. Binnen het project 'Passende perspectieven' zijn daarnaast aanwijzingen gegeven hoe leraren een passend aanbod kunnen realiseren voor leerlingen die het niveau 1F niet bereiken (Boswinkel, Buijs, & Van Os, 2012).

Leren voor de toekomst

In internationaal vergelijkend onderzoek komt telkens naar voren dat het Nederlandse wiskundeonderwijs goed is voor de zwakste en middelmatige rekenaars, maar dat het nauwelijks probleemoplossen en wiskundige denkactiviteiten bevat. Deze activiteiten passen bij de omslag van het denken in (reken)procedures naar het doordenken van onderliggende concepten of (kern)inzichten. Deze omslag is nodig omdat er nieuwe digitale technieken beschikbaar zijn die een belangrijk deel van het rekenwerk overnemen. Daarnaast vragen deze nieuwe technieken om andere vaardigheden, zoals omgaan met data en programmeren (Gravemeijer, 2016). Bij wiskunde verwerven leerlingen vaardigheden die zij bij andere vakken kunnen gebruiken. Andersom vormen andere vakken in toenemende mate een context voor.

Probleemoplossen werd al enige tijd geleden beschreven als belangrijk onderdeel van wiskundig handelen (Polya, 1948). Het is ook van belang bij het leren voor de toekomst. Het vraagt veel meer om op heuristische wijze problemen aan te pakken dan om het standaard toepassen van algoritmen bij het maken van berekeningen. Het drieslagmodel is een van de didactische instrumenten die essentiële stappen in het proces van probleemoplossen ondersteunen (Van Groenestijn, Borghouts, & Janssen, 2011).

Leerprocessen bij wiskunde

Bij wiskunde op de basisschool gaat het om uiteenlopende leerprocessen, zoals betekenisconstructie en begripsvorming, problemen oplossen, verwoorden, notaties ontwikkelen, wiskundig redeneren, oefenen, toepassen, memoriseren en automatiseren. We kunnen het geheel aan leerprocessen bij wiskunde karakteriseren als een constructief, cumulatief, zelfgereguleerd, intentioneel, contextgebonden en interactief proces van kennisverwerving, betekenisgeving en vaardigheidsontwikkeling.

Mathematiseren en handelingsmodel

Wiskunde is een menselijke activiteit (Freudenthal, 1971). Wiskunde construeren in betekenisvolle situaties duiden we aan als 'mathematiseren'. Omdat het voor kinderen gaat om wiskunde die eerder door anderen is geconstrueerd, komt het mathematiseren van voor hen betekenisvolle situaties feitelijk neer op het heruitvinden van de wiskunde (Freudenthal, 1991). Mathematiseren omvat

het zodanig modelleren van problemen dat leerlingen ze met wiskundige middelen kunnen oplossen (horizontaal mathematiseren). Daarnaast omvat mathematiseren het oplossen van wiskundige problemen met wiskundige middelen, waarbij leerlingen hun wiskundige kennis en vaardigheden uitbreiden en daarmee op een steeds hoger niveau komen (verticaal mathematiseren) (Treffers, 1987). Het handelingsmodel (zie figuur 1) is een veel gebruikt model dat verschillende niveaus in beeld brengt (Van Groenestijn, Borghouts, & Janssen, 2011). Dit model toont ook hoe deze niveaus telkens zijn verbonden met het gebruiken van wiskundetaal.



Figuur 1: Het handelingsmodel (Van Groenestijn, Borghouts, & Janssen, 2011, p. 137).

Taal en betekenisverlening

Bij wiskundetaal gaat het om het in samenhang gebruiken van alledaagse taal, schooltaal en vaktaal, inclusief de specifieke formuleringen van genoemde genres. Wiskundetaal vraagt met name bij taalzwakke (allochtone) leerlingen specifieke aandacht van de leraar.

Vakdidactiek wiskunde

De leraar kan in de eigen praktijk inhoudelijke en didactische keuzes maken en deze verantwoorden. Daarvoor moet hij op de hoogte zijn van verschillende gangbare vakdidactische noties.

Vakdidactische noties

De volgende onderwijsleerprincipes typeren het wiskundeonderwijs:

- Mathematiseren vanuit betekenisvolle realiteit
- Modelleren en formaliseren
- Ruimte voor eigen inbreng van leerlingen
- Interactie, reflectie en niveauverhoging
- Verstregeling van leerlijnen (Treffers, 1987; Treffers, De Moor, & Feijs, 1989; Van den Heuvel-Panhuizen, Buijs, & Treffers, 2001).

Deze ordening en uitwerking zijn niet de enig mogelijke. De Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen (KNAW) deed onderzoek

naar verschillen tussen visies op wiskundeonderwijs. Zij concludeerde dat geconstateerde lagere opbrengsten geen verband hielden met een specifieke keuze voor visie op het reken-wiskundeonderwijs (Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, 2009).

Omgaan met verschillen bij wiskunde

Bovenstaande onderwijsleerprincipes bieden handvatten en instrumenten voor het omgaan met verschillen tussen leerlingen. Zwakkere rekenaars zijn bijvoorbeeld geholpen met betekenisverlenende contexten, modellen en schema's. Zij hebben daarnaast meer ondersteuning nodig bij het verwoorden van hun handelen. Sterke rekenaars geven vaak snel betekenis aan formalisering en vinden nogal eens verrassende relaties tussen formele uitdrukkingen.

Kennisbasis

Opbouw kennisbasis

Deze kennisbasis beschrijft wiskundekennis en wiskundededidactiek van aankomende leraren. Voor deze indeling is gekozen omdat de wiskundekennis landelijk getoetst wordt. Wiskundededidactiek daarentegen wordt door de opleidingen getoetst. Deze indeling wekt wellicht de suggestie dat vak en vakdidactiek binnen de opleiding gescheiden moeten worden aangeboden. Dat is zeker niet het doel van deze kennisbasis.

Bij ieder domein geven we de wiskundekennis en wiskundededidactiek van aankomende leraren in een schema weer. Het gaat daarbij in alle gevallen om kennis van het wiskundeonderwijs of mathematical knowledge for teaching (Ball, Thames, & Phelps, 2008). Bij ieder stuk wiskundekennis of didactische kennis, hier aangeduid als 'kenniselement', dat zo genoemd wordt:

- Heeft de leraar kennis van en inzicht in het genoemde kenniselement.
- Is hij vaardig in het gebruik van dit kenniselement in daarvoor aangegeven (alledaagse of wiskundige) contexten.
- Is hij, indien van toepassing, bekend met misconcepten die spelen rond het genoemde kenniselement en is hij in staat deze te pareren.

In het bovenstaande moet de vaardigheid van de leraar vooral gelezen worden als het kunnen inzetten van wiskundige vakkennis, passend in de situatie. We duiden dit in deze kennisbasis op een aantal plekken aan als 'eenvoudige gevallen'. Kenmerkend voor het toepassen in deze 'eenvoudige gevallen' is dat het niet om formeel rekenen gaat maar om het onderliggende horizontaal mathematiseren.

De opleiding

Deze kennisbasis beschrijft welke kennis, vaardigheden en inzichten van aankomende leraren verwacht wordt. Handboeken voor de lerarenopleiding basisonderwijs onderbouwen deze keuzes en lichten die toe op het niveau van de leraar. De handboeken, die in voldoende mate beschikbaar zijn, geven ook aan hoe aankomende leraren genoemde kennis, vaardigheden en inzichten kunnen verwerven. Een team van opleiders wiskunde is daarbij ook essentieel.

In een dergelijk team moet in ieder geval voldoende kennis en ervaring vertegenwoordigd zijn over wiskunde en vakdidactiek wiskunde.

Beperking

Deze kennisbasis beschrijft de basale kennis, vaardigheden en inzichten die iedere leraar basisonderwijs nodig heeft om leerlingen te kunnen onderwijzen. Daarnaast verwerft de aankomende leraar:

- Praktische vaardigheid in het onderwijzen van wiskunde
- Diagnostische vaardigheden
- Een passende wiskundige attitude die bijvoorbeeld zichtbaar wordt in een onderzoekende houding voor het vak wiskunde

Deze kennisbasis beschrijft de wiskundekennis en de vakdidactische kennis wiskunde van de aankomende leraar. De beschreven wiskundekennis in de kennisbasis geeft daarnaast slechts in abstracto weer wat de inhoud is van de LKT (landelijke kennistoets) rekenen-wiskunde en vervangt niet de aanwijzingen voor de toets en de toetsinhoud.

Kennisdomeinen

Domein 1: Hele getallen en bewerkingen

Hele getallen en bewerkingen	
Wiskundekennis	Wiskundendidactiek
Kennis en -vaardigheid, inclusief 'weten waarom' en gerelateerde wiskundetaal van: <ul style="list-style-type: none"> • hele getallen • machten en wortels • positionele talstelsels • eigenschappen van de vier basisbewerkingen • hoofdrekenen • schattend rekenen • rekenen met behulp van standaardprocedures • rekenen met behulp van digitale hulpmiddelen 	Leerlingen ondersteunen bij het verwerven van inzicht in: <ul style="list-style-type: none"> • hele getallen; • het 10-talig positioneel talstelsel; • eigenschappen van de vier basisbewerkingen. Leerlingen ondersteunen bij het verwerven van inzicht en vaardigheid in: <ul style="list-style-type: none"> • basisvaardigheden (rekenen tot 10, tot 20 en 100); • hoofdrekenen; • schattend rekenen; • rekenen met behulp van standaardprocedures; • rekenen met behulp van digitale hulpmiddelen.

Inleiding

In deze domeinbeschrijving wordt kennis van zowel hele getallen als van de vier basisbewerkingen omschreven. De basisbewerkingen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) en de onderscheiden vormen van rekenen (hoofdrekenen, rekenen volgens standaardprocedures en cijferen, schattend rekenen en gebruik van de rekenmachine) worden niet alleen gebruikt binnen het domein Hele getallen, maar zijn ook relevant voor de overige domeinen. De uitwerking ervan wordt in de overige domeinbeschrijvingen niet herhaald. Daar worden alleen domeinspecifieke zaken toegevoegd. Hetzelfde geldt voor de in dit hoofdstuk omschreven wiskundetaal en voor het gebruik van schema's en modellen die voor zowel hele getallen als breuken, verhoudingen, procenten en kommagetallen gebruikt kunnen worden: de getallenlijn, het positie-schema en het rechthoeksmodel.

Hele getallen komen in het dagelijks leven in veel situaties en in verschillende betekenissen voor. We komen getallen tegen als aanduiding van lengte, gewicht, oppervlakte, inhoud, tijd, voedsel, bladzijde nummers, temperatuur, geld, (huis)nummers, nummers op trein en bus, leeftijd, burger service nummer, samengestelde grootheden en vele andere referentiematen. We doen regelmatig een beroep op ons begrip van hele getallen en op ons vermogen om daarmee bewerkingen te maken.

Getalbegrip en het rekenen met getallen geven een beter begrip van de numerieke wereld om ons heen. Zij helpen ons de wereld te ordenen, te structureren en te organiseren en spelen een belangrijke rol in de ontwikkeling van gecijferdheid. De startbekwame leraar is dan ook een gecijferde burger. Hierna beschrijven we uit welke kennis, inzicht en vaardigheden zijn professionele gecijferdheid bestaat binnen het domein Hele getallen en bewerkingen.

Wiskunde

Getallen

De startbekwame leraar heeft kennis van en inzicht in getallen en getalrelaties, en kan dit vertalen naar schematische weergaven en modellen. Hij kent de verschillende verschijningsvormen van een getal en heeft inzicht in het rekenen met deelbaarheidskenmerken, de grootste gemeenschappelijke deler (ggd) en het kleinste gemeenschappelijk veelvoud (kgv) van twee of meer getallen. Hij heeft kennis van priemgetallen, van het ontbinden van getallen in priemfactoren, figurale getallen en regelmaat in een getallenrij. Ook kan hij hier in eenvoudige gevallen berekeningen mee maken. De startbekwame leraar heeft kennis van de verschillende betekenissen van getallen en van getalrelaties en de bijbehorende begrippen en symbolen zoals eenheid, tiental, honderd tal, plaats- of positiewaarde, decimaal, positioneel, ordinaal, kardinaal. Hij kent de symbolen $<$, $>$, $()$, H, T, E, 2 , 3 , $\sqrt{\quad}$.

De startbekwame leraar is op de hoogte van de overeenkomsten en verschillen tussen verschillende talstelsels. Hij kan Romeinse cijfers tot 2000 lezen en omzetten naar decimale getallen, en kan ook decimale getallen tot 2000 weergeven in Romeinse cijfers. Hij overziet de specifieke eigenschappen van een talstelsel en heeft inzicht in het decimale en in andere positionele talstelsels, en ook in additieve getallenstelsels. Hij kent de namen van grote getallen tot en met triljard en kan (heel) kleine en (heel) grote getallen in wetenschappelijke notatie schrijven. Hij kent de (afwijkende) Engelstalige equivalenten van deze namen. Een startbekwame leraar is in staat om getallen die zijn weergegeven in een ander talstelsel in eenvoudige gevallen om te zetten in het decimale talstelsel en omgekeerd. Hij heeft inzicht in de achterliggende positionele structuur van de getallen en kent de hierbij gebruikelijke notatie met subscript.

Bewerkingen

De startbekwame leraar kent de verschillende betekenissen van de basisbewerkingen: samennemen, aanvullen of toevoegen bij optellen, eraf halen, aanvullen of het verschil bepalen bij aftrekken, herhaald optellen, combineren, gelijke sprongen maken en op schaal vergroten bij vermenigvuldigen en



herhaald aftrekken en opdelen of uitdelen (ook wel aangeduid als verdelen) bij delen. Hij kent de onderliggende wiskundige structuren als lijnstructuur, groepsstructuur en rechthoekstructuur. Hij kent de begrippen erbij, samen, plus, eraf, verschil, min, keer, maal, verdelen, gedeeld door, deler, deeltal, vermenigvuldiger, vermenigvuldigtal, product, quotiënt en de symbolen $+$, $-$, \times , $:$, $=$, \neq . Hij kent relaties tussen wiskundetaal en meer alledaagse taal.

De startbekwame leraar kent de volgende eigenschappen van de basisbewerkingen die kunnen worden gebruikt bij het opereren met getallen: de commutatieve, associatieve en de distributieve eigenschap. Hij heeft inzicht in de inverse relatie tussen optellen en aftrekken en tussen vermenigvuldigen en delen. De startbekwame leraar kent de prioriteitsregels bij de bewerkingen en kan deze toepassen. Hij kan eenvoudige combinatorische problemen oplossen en kan rekenen met gemiddelden en daaraan betekenis geven.

De startbekwame leraar kan vlot hoofdrekenen, schattend rekenen en standaardprocedures uitvoeren, waaronder de meest verkorte cijferalgoritmes en rekenen met digitale hulpmiddelen. Hij doorziet relaties tussen deze rekenwijzen en bewerkingen en kan deze verklaren. Hij kan een beredeneerde keuze maken tussen verschillende rekenwijzen waaronder ook het gebruik van de rekenmachine. Bij schattend rekenen kiest hij voor passende afrondingen en kan hij aangeven in welke mate het antwoord afwijkt van het exacte antwoord. Bij hoofdrekenen onderscheidt hij drie grondvormen: rijgen, splitsen en variamethoden. De startbekwame leraar kent het begrip algoritme.

Kennis die niet geheel tot de leerstof van de basisschool behoort maar die de startbekwame leraar wel heeft, is het kunnen redeneren en rekenen met negatieve hele getallen, met machten en wortels, het kunnen rekenen met getallen in de wetenschappelijke notatie en het uitvoeren van eenvoudige bewerkingen in het 2- en 8-talig stelsel. Ook valt hieronder het inzicht in en het kunnen uitvoeren van meer geavanceerde bewerkingen met de rekenmachine, het gebruik van het geheugen en de notatie van getallen die te groot zijn voor het venster van de rekenmachine.

Wiskundedidactiek

De startbekwame leraar heeft de didactische kennis waarmee hij leerlingen kan ondersteunen bij het verwerven van inzicht en vaardigheden in hele getallen, het 10-talig positioneel talstelsel en de eigenschappen van de vier basisbewerkingen, basisvaardigheden, en de rekenwijzen hoofdrekenen, schattend rekenen, rekenen met behulp van standaardprocedures en rekenen met behulp van digitale hulpmiddelen.

De startbekwame leraar kan rijke leeromgevingen creëren waarin getalbegrip en begrip van bewerkingen optimale ontwikkelingskansen krijgen. Hij put daarbij uit andere wiskundedomeinen maar ook uit andere vak- en vormingsgebieden. Hij kent modellen en schema's om leerlingen tot een hoger abstractieniveau en meer verkorte werkwijzen te brengen en te ondersteunen in hun denken. Hij kan hierbij flexibel wisselen tussen de niveaus contextgebonden, modelondersteund en formeel rekenen. De startbekwame leraar heeft kennis



van de leerlijnen tellen en getalbegrip, basis vaardigheden en de verschillende rekenwijzen en oplosstrategieën, inclusief mogelijke variaties. Hij kent de bijbehorende didactische begrippen en de functie ervan voor de ontwikkeling van (ontluikende) gecijferdheid. De startbekwame leraar kent de voor- en nadelen van de standaardprocedures bij het leren rekenen door kinderen. Hij heeft inzicht in het leren van kolomsgewijs rekenen, progressief schematiseren en regelgeleid cijferen.

De startbekwame leerkracht is in staat om in alle jaargroepen de kennis van en vaardigheden in rekenwijzen uit eerdere jaren te onderhouden door regelmatig gevarieerde oefeningen terug te laten komen die passen bij het niveau van de leerlingen. Hij heeft een uitgebreid repertoire aan oefenvormen.

De startbekwame leraar kan de leerlingen begeleiden bij het leren werken met digitale hulpmiddelen zoals de rekenmachine. Hij onderscheidt hierbij drie fasen (verkenning, verrijking, en integratie) en drie functies (onderzoek, didactiek en rekenhulpmiddel). Hij heeft kennis van de voor- en nadelen van deze hulpmiddelen en kan beoordelen in welke gevallen ze nodig zijn en waar dat van afhangt.

Domein 2: Domein Verhoudingen, procenten, breuken en kommagetallen

Verhoudingen, breuken, procenten en kommagetallen	
Wiskundekennis	Wiskundedidactiek
<p>Kennis en -vaardigheid, inclusief 'weten waarom' en gerelateerde wiskundetaal van:</p> <ul style="list-style-type: none"> • gelijkwaardigheid als eigenschap van verhoudingen en breuken • verschillende betekenissen verhoudingen, breuken, procenten en kommagetallen • verhoudingen, breuken, procenten en kommagetallen herkennen in situaties • getalsrelaties van en (schattend) rekenen met verhoudingen, breuken, procenten en kommagetallen • bijzondere verhoudingen, namelijk en de gulden snede • gebruiken kennis gehele getallen bij verhoudingen, breuken, procenten en kommagetallen • relatief en absoluut getal • procentenasymmetrie • procentpunt 	<p>Leerlingen ondersteunen bij het verwerven van inzicht in:</p> <ul style="list-style-type: none"> • verschillende betekenissen van en representaties of modellen voor breuken, verhoudingen, procenten en kommagetallen; • het verschil tussen relatieve en absolute gegevens; • situaties die breuken, verhoudingen, procenten en kommagetallen genereren. <p>Leerlingen ondersteunen in het verwerven van inzicht en vaardigheid:</p> <ul style="list-style-type: none"> • in het werken met kwalitatieve en getalsmatige verhoudingen; • in de getal(s)relatie tussen verhoudingen, procenten, breuken en kommagetallen; • in de analogie tussen kommagetallen en gehele getallen; • in het gebruik van verschillende modellen voor verhoudingen, procenten, breuken en kommagetallen (verhoudingstabel, schaallijn, dubbele getallenlijn, strookmodel, cirkelmodel, rechthoekmodel); • in de gelijkwaardigheid bij breuken en bij kommagetallen; • in het rekenen met verhoudingen, breuken, procenten en kommagetallen waarbij ze flexibel gebruik kunnen maken van kennis van het rekenen met gehele getallen en digitale hulpmiddelen; • in het interpreteren van de uitkomst van het rekenen al dan niet met behulp van digitale hulpmiddelen.

Inleiding

Verhoudingen, procenten, breuken en kommagetallen zijn nauw met elkaar verweven. Wiskundig gezien zijn er grote overeenkomsten tussen verhoudingen, gebroken getallen en procenten. Het betreft feitelijk verschillende verschijningsvormen van hetzelfde wiskundige object, namelijk een rationaal getal. De keuze voor de verschijningsvorm hangt vaak samen met de context waarin het rationale getal naar voren komt en met de meest passende rekenwijze.

Het overkoepelende begrip bij dit domein is het begrip verhouding. Op de basisschool gaat het hierbij om het redeneren over en rekenen aan (getalsmatige en meetkundige) verhoudingen binnen concrete situaties of met benoemde getallen die daarnaar (kunnen) verwijzen. Ook breuken, procenten en kommagetallen beschrijven verhoudingen.

Breuken geven de verhouding aan tussen een deel en het geheel, een percentage geeft de verhouding aan van een deel tot een geheel dat op de honderd wordt gesteld. Kommagetallen zijn vaak meetgetallen die de

verhouding aangeven ten opzichte van een bepaalde (standaard)maat. Vanwege de nauwe verwevenheid tussen de subdomeinen beschrijven wij in deze subdomeinen wiskundekennis en wiskundendidactiek gezamenlijk. Waar nodig benoemen we specifieke kennis en vaardigheden van subdomeinen.

Verhoudingen, procenten, breuken en kommagetallen komen in het dagelijks leven in verschillende verschijningsvormen voor: bij het winkelen, bij (het interpreteren van) nieuwsberichten, in verdeelsituaties, bij het koken, in de sport en bij diverse andere meetsituaties. Een bijzondere verhouding is de gulden snede. De gulden snede speelt een rol in de kunst en de architectuur, maar is ook veel in de natuur te vinden.

Wiskunde

De startbekwame leraar heeft kennis van en inzicht in (de relaties tussen) verhoudingen, breuken, procenten en kommagetallen. Tevens heeft hij kennis van en inzicht in de analogie tussen dit domein en het domein Gehele getallen en bewerkingen. Hij kan dit inzetten bij het redeneren en rekenen voor alle genoemde subdomeinen middels hoofdrekenen, schattend rekenen, met behulp van standaardprocedures en middels rekenen met behulp van digitale hulpmiddelen. Hij weet dat bij het redeneren en rekenen met verhoudingsgetallen de onderlinge verhouding intact moet blijven en dat het daarvoor in het algemeen nodig is een gelijkwaardige representant te kiezen om mee te rekenen. Hij kent de verschillende betekenissen bij verhoudingen, breuken, procenten en kommagetallen: evenredig verband, deel van een geheel, toe- of afname, meetgetal, quotiënt, operator en formeel rekengetal. Hij kent de verhoudingentaal, (informele) breukentaal en procententaal en de bijbehorende notatievormen. Tevens heeft hij kennis van, inzicht en vaardigheid in specifieke aspecten bij de verschillende subdomeinen: gelijkwaardigheid bij breuken en kommagetallen, continue en discrete situaties, meetnauwkeurigheid en hoe een getalnotatie een dergelijke meetnauwkeurigheid toont, relatieve en absolute gegevens, relatieve en absolute getallen, procentpunt, gelijknamig maken en vereenvoudigen van breuken.

Kennis die niet geheel tot de leerstof van de basisschool behoort maar die de startbekwame leraar wel heeft: kruislings vermenigvuldigen, btw, inflatie, promille en groeifactor, de verhouding tussen de omtrek en diameter van een cirkel (π), groei of afname over een langere periode, evenredig verband, lineair verband, samengestelde grootte en niet-evenredig verband, de formele notatie van repeterende breuken, decimaal getal en decimale breuk, gemengd getal, echte breuk en stambreuk. De startbekwame leraar kan repeterende breuken omzetten in gewone breuken en omgekeerd.

Wiskundendidactiek

De startbekwame leraar heeft de kennis van wiskunde uit de voorgaande paragraaf en beheerst in relatie daarmee de opbouw van de betreffende leerlijnen. Verder heeft hij de didactische kennis waarmee hij leerlingen kan ondersteunen bij het verwerven van inzicht en vaardigheden in (de relaties tussen) verhoudingen, breuken, procenten en kommagetallen. Hij maakt daarbij bewust gebruik van de analogie tussen het domein hele getallen en bewerkingen

en het domein Verhoudingen, breuken, procenten en kommagetallen. Daarbij legt hij de nadruk op inzichtelijk (hoofd)rekenen om te bewerkstelligen dat het relatienet van getalrelaties rond gehele getallen aangevuld wordt met getalsrelaties rond verhoudingen, procenten, breuken en kommagetallen.

De startbekwame leraar kan rijke leeromgevingen creëren waarin getalbegrip en begrip van bewerkingen rondom rationale getallen optimale ontwikkelingskansen krijgt. Hij put daarbij uit andere wiskundedomeinen maar ook uit andere vak- en vormingsgebieden.

Hij zet bewust contexten en onderzoeksopdrachten in bij de leerfasen waarbij de leerlingen van ordenen en vergelijken (van kwalitatieve verhoudingen) overgaan op meer getalsmatige activiteiten met verhoudingen. Door brede invulling van contexten draagt hij bij aan een passende betekenisverlening en begripsbasis van verhoudingen en verhoudingsgewijs redeneren. Hij maakt hierbij gebruik van meet- en verdeelsituaties.

De startbekwame leraar kent modellen en schema's om leerlingen tot een hoger abstractieniveau en meer verkorte werkwijzen te brengen en te ondersteunen in hun denken. Dit betreft de verhoudingstabel, de (dubbele) getallenlijn, de schaallijn, het cirkel-, strook- en rechthoekmodel. Hij weet dat vooral de verhoudingstabel een belangrijke rol speelt bij het rekenen en redeneren met verhoudingen op de basisschool. Ook kent hij de relatie en het abstractieverschil tussen de dubbele getallenlijn en de verhoudingstabel of strook. Daarnaast kent hij de cruciale rol van de getallenlijn bij het ordenen, vergelijken en positioneren van breuken en kommagetallen.

De startbekwame leraar kan flexibel wisselen tussen de niveaus van contextgebonden, modelondersteund en formeel rekenen. Hij kent de verschillende rekenwijzen en oplossingsstrategieën, inclusief mogelijke variaties en bijbehorende didactische begrippen. Hij kan opgaven op formeel niveau (die niet tot de reguliere stof voor alle leerlingen horen) van passende, ondersteunende modellen en betekenisverlenende contexten voorzien waardoor de leerlingen de problemen op verschillende handelingsniveaus kunnen aanpakken. Omgekeerd kan de startbekwame leraar bij opgaven die zijn weergegeven in een context, een passend model kiezen dat leerlingen helpt de bijbehorende formele opgave te bepalen.

Hij kent het belang van globaal schattend rekenen bij het rekenen en redeneren met kommagetallen, breuken en procenten en bij het interpreteren van de uitkomsten van bewerkingen met digitale hulpmiddelen.

Hij is op de hoogte van veelvoorkomende misconcepten bij verhoudingen, breuken, procenten en kommagetallen. Hierbij gaat het om de relatie tussen de volgende zaken: de grootte van de schaal en de grootte van het werkelijke object, de procenten-asymmetrie, het optellen van percentages van een ander geheel, de orde van grootte van (positionele waarde bij) kommagetallen, de maatverfijning bij kommagetallen en niet-evenredige verbanden bij vergroting van oppervlakte of inhoud. Ook gaat er hierbij om dat er bij het rekenen met

breuken een groter getal in de noemer geen grotere waarde van de breuk impliceert, en dat niet in alle gevallen de uitkomst van een deling een kleiner getal betreft (zoals ook de uitkomst van een vermenigvuldiging niet altijd een groter getal oplevert).

Kennisdomein 3: Domein Meten

Meten	
Wiskundekennis	Wiskundendidactiek
<p>Kennis en -vaardigheid, inclusief 'weten waarom' en gerelateerde wiskundetaal van:</p> <ul style="list-style-type: none"> • de grootheden gewicht, lengte, oppervlakte, inhoud, temperatuur, geld en tijd • eenheden of maten bij deze grootheden • relaties tussen deze maten of eenheden waaronder samengestelde maten • natuurlijke maten en standaardmaten • de historie van het ontstaan van standaardmaten • het metriek stelsel • meetinstrumenten, zoals gebruikt op de basisschool • formules voor de oppervlakte en omtrek van een cirkel • formule voor de inhoud van een cilinder 	<p>Leerlingen ondersteunen bij het verwerven van inzicht in:</p> <ul style="list-style-type: none"> • kwalitatief en kwantitatief meten; • het leren kennen van meten als afpassen; • de noodzaak voor het gebruik van standaardmaten. <p>Leerlingen ondersteunen in het verwerven van inzicht en vaardigheid:</p> <ul style="list-style-type: none"> • bij het ordenen en vergelijken binnen grootheden zonder gebruik van maten • in het gebruik van natuurlijke maten • in het gebruik van diverse meetinstrumenten; • in het gebruik van (de systematiek binnen) de standaardmaten van het metriek stelsel en hun voorvoegsels; • in het gebruik van het (deels) sexagesimaal maatstelsel bij tijd; • bij het leren kennen van relaties en de verschillen tussen lengte-, oppervlakte- en inhoudsmaten; • bij het verwerven van referentiematen; • bij het interpreteren van meetresultaten door deze te koppelen aan eigen (meet)referenties en referentiematen.

Inleiding

Het gebruik van wiskunde in het dagelijkse leven komt nadrukkelijk naar voren bij het meten. Veel alledaagse getallen zijn meetgetallen waarbij de grootheden worden uitgedrukt in eenheden en de daarvan afgeleide maten. De ontwikkeling van maten is afhankelijk van plaats en tijd. Sinds 1960 gebruikt men in bijna alle landen op de wereld het Internationale Stelsel van eenheden (SI systeem). Dit stelsel gaat uit van zeven basiseenheden, waaronder de meter (m) voor lengte, de kilogram (kg) voor massa, de seconde (s) voor tijd en de Kelvin (K) voor temperatuur.

Wiskunde

Maatstelsels, grootheden en maten

De startbekwame leraar weet dat het meetresultaat wordt gegeven door het aantal keren dat een gekozen maat (natuurlijke maat of standaardmaat) kan worden afgemeten. Hij kent de begrippen die refereren aan natuurlijke maten, zoals stap, handspan en duim. Hij weet dat bij het meten met een standaardmaat de maat wordt geconstrueerd door al dan niet een voorvoegsel (nano, micro, milli, centi, deci, deca, hecto, kilo, mega, giga of tera) te plaatsen voor de standaardeenheid.

De startbekwame leraar kent de onderliggende wiskundige structuur van maatstelsels en kan deze toepassen. Hij weet dat het metrieke stelsel nauw aansluit bij het 10-talig getalsysteem wat tot uitdrukking komt in de voorvoegsels. Hij heeft kennis van en vaardigheid in het werken met de grootheden gewicht, lengte, oppervlakte en inhoud en bijbehorende metrische maten, de grootheden temperatuur, geld en tijd en bijbehorende maten en samengestelde grootheden zoals snelheid, die zijn gebaseerd op eerdergenoemde grootheden.

Hij heeft kennis van en vaardigheid in het werken met maten die zijn gestandaardiseerd in het decimale metrieke stelsel, inclusief de litermaten en maten die niet gestandaardiseerd zijn in het metrieke stelsel, namelijk natuurlijke maten, temperatuur en maten voor tijd. De startbekwame leraar weet hoe (standaard)maten in de loop van de historie zijn ontstaan.

Meethandelingen, meetinstrumenten en meet(on)nauwkeurigheid

De startbekwame leraar kent de werking van veelgebruikte meetinstrumenten en hij kan deze gebruiken om betekenisvolle meetgetallen te genereren. Het gaat hierbij om de meetinstrumenten thermometer, personenweegschaal, meetlat, liniaal en rolmaat, snelheidsmeter, klok en stopwatch (digitaal en analoog), klikwiel, balans en alle dagelijkse meetinstrumenten uit de keuken om inhoud en gewicht te bepalen. Hij is zich ervan bewust dat de keuze van het meetinstrument afhankelijk is van de meetsituatie. Afhankelijk van de gewenste nauwkeurigheid bij het meten kan hij de mate van maatverfijning bepalen en kan hij het interval waarbinnen meetresultaten mogen vallen vaststellen. Hij is zich ervan bewust dat de mate van maatverfijning en de wijze van afronden invloed heeft op de nauwkeurigheid van het eindantwoord.

Kennis van en vaardigheden in het meten die niet geheel tot de leerstof van de basisschool behoren, maar die de startbekwame leraar wel heeft (onder meer met het oog op de doorlopende leerlijn van primair onderwijs naar voortgezet onderwijs) betreft de verschillende betekenissen van 'ton' bij gewicht, geld en inhoud en bij het bepalen van de omtrek en oppervlakte van een cirkel. Hij weet hoe de inhoud van een object kan worden uitgerekend als het grondvlak en bovenzijde evenwijdig zijn en de wanden daar loodrecht op staan. Ten slotte weet hij dat temperatuur ook in de eenheden Kelvin en Fahrenheit worden gemeten en kan deze eenheden met behulp van een gegeven formule omrekenen.

Wiskundendidactiek

De startbekwame leraar heeft de didactische kennis waarmee hij leerlingen kan ondersteunen bij het verwerven van inzicht en vaardigheid in het domein Meten rondom de grootheden gewicht, lengte, oppervlakte inhoud, temperatuur, geld en tijd en samengestelde grootheden zoals snelheid en dichtheid, die zijn gebaseerd op eerdergenoemde grootheden. Hij gebruikt en versterkt hierbij nadrukkelijk de kennis, het inzicht en de vaardigheden zoals beschreven bij de andere domeinen, waarbij meetgetallen betekenis geven aan hele getallen en verhoudingen en omgekeerd. Hij kent de leerlijn bij het leren meten en kan gerichte activiteiten organiseren om de ontwikkeling van het meten te stimuleren: vanuit het ordenen en vergelijken zonder gebruik van maten in de onderbouw, via het gebruik van natuurlijke maten naar het gebruik van de



standaardmaten in de bovenbouw. Hij richt het onderwijs dusdanig in dat dit het overdenken van de standaardisering van maten uitlokt. Ook zorgt hij ervoor dat leerlingen door relaties tussen maten te verkennen de systematiek in (het voorvoegsel bij) maatstelsels leren doorgronden en kunnen toepassen. Speciale aandacht krijgen de relaties en de verschillen tussen lengte-, oppervlakte- en inhoudsmaten.

Binnen alle fasen van de leerlijn maakt de startbekwame leraar flexibel gebruik van geschikte contexten of onderzoekssituaties, onder andere uit andere vak- en vormingsgebieden. Uitgaande van diverse meetsituaties, kan hij de leerlingen begeleiden bij het bepalen van de juiste maat, meetinstrumenten en gekozen maatverfijning. Hij laat leerlingen eigen referentiematen ontdekken en leert de leerlingen meetresultaten te interpreteren door deze te koppelen aan eigen (meet)referenties en referentiematen.

Domein 4: Meetkunde

Meetkunde	
Wiskundekennis	Wiskundedidactiek
Kennis en -vaardigheid, inclusief 'weten waarom' en gerelateerde wiskundetaal van vijf deelgebieden: <ul style="list-style-type: none"> • oriëntatie in de ruimte • viseren en projecteren • transformeren • construeren • visualiseren en representeren 	Leerlingen ondersteunen bij het verwerven van kennis, inzicht en vaardigheden in meetkunde van de vijf deelgebieden, gebruikmakend van de drie onderwijsleerfasen ervaren, verklaren en verbinden.

Inleiding

Bij meetkunde op de basisschool gaat het over de plaats van objecten in de ruimte, de richting van kijken en bewegen, routes, netwerken, de plaats van objecten ten opzichte van elkaar zoals 'tegenover elkaar' en (spiegel)symmetrie, en over vlakke en ruimtelijke figuren en patronen. Verder gaat het over vormen als lijn(stuk), cirkel, vierkant, rechthoek of driehoek en over de eigenschappen van vormen, over hoe vormen zijn samengesteld uit andere vormen, over het afbeelden (projecties) van ruimtelijke vormen in het platte vlak en over het vergroten en verkleinen van vormen en afbeeldingen. Bij meetkunde op basisschool onderscheiden we vijf deelgebieden: oriëntatie in de ruimte, viseren en projecteren, transformeren, construeren en visualiseren en representeren. Deze deelgebieden staan in nauwe verbinding met elkaar en overlappen elkaar regelmatig. Daarnaast zijn er per deelgebied drie onderwijsleerfasen: ervaren, verklaren en verbinden.

Wiskundekennis

De startbekwame leraar heeft kennis van, inzicht en vaardigheid in de vijf deelgebieden van de meetkunde. Hij kent de bijbehorende begrippen en taal. Begrippen zijn bij één specifiek deelgebied genoemd maar spelen in het algemeen bij meerdere deelgebieden een rol:

- **Oriëntatie in de ruimte**
De startbekwame leraar kan punten noteren in een assenstelsel met behulp van coördinaten. Hij kan met behulp van coördinaten (met gebruikmaking van een letter en een getal of alleen getallen) in het platte vlak figuren of locaties beschrijven. Hij kan de richting of hoek, de afstand en een route beschrijven en daarbij gebruik maken van plaatsbepalende begrippen als links, rechts, achterste, middelste en dichtbij. Hij kan aan de hand van meetkundige beschrijvingen conclusies trekken over objecten en hun plaats in de ruimte. De startbekwame leraar kent de benamingen van soorten lijnen en lijnstukken (snijdende- kruisende en evenwijdige lijnen, middellijn en diagonaal), hoeken (recht, stomp, scherp, gestrekte, hoekbenen).
- **Viseren en projecteren**
De startbekwame leraar kan meetkundige verschijnselen met behulp van rechte lijnen verklaren. Bij de verschijnselen gaat het om licht en schaduw, maans- en zonsverduistering, zichtbaarheid vanuit een bepaald standpunt. Hij kent de begrippen kijklijn en viseerlijn.
- **Transformeren**
De startbekwame leraar kan de transformaties roteren, transleren, (lijn- en punt) spiegelen en vergroten/verkleinen toepassen op twee- en drie dimensionale figuren. Hij kan puzzels met geometrische figuren oplossen. Hij kan eigenschappen van gelijkvormige en niet-gelijkvormige figuren herkennen, benoemen en onderzoeken en kan hierbij formules hanteren voor omtrek, oppervlakte en inhoud van veel voorkomende meetkundige figuren. Hij kent de stelling van Pythagoras, symmetrie en het begrip 'de vergrotingsfactor'. Hij kan congruentie van figuren aan de hand van eigenschappen van hoeken en lengtes van zijden herkennen en benoemen. Tevens kan hij figuren (hiërarchisch) benoemen aan de hand van hun gezamenlijke eigenschappen. De startbekwame leraar kent de benamingen en omschrijvingen van eigenschappen van figuren: symmetrie, evenwijdig, loodrecht, hoek, zijden, doorsnedes, zijvlakken, ribben, hoekpunten, gelijkvormigheid, congruentie, cirkelboog, beeldpunt.
- **Construeren**
De startbekwame leraar kent de kenmerken van een vlak of ruimtelijk model, al dan niet voorzien van een constructievoorschrift. Hij kan vierhoeken en driehoeken tekenen volgens voorschrift, met behulp van liniaal, gradenboog en passer. Hij kan een redenering opzetten over ruimtelijke figuren aan de hand van een bouwplaat of uitslag. De startbekwame leraar kan door verdeling, aanvulling en compensatie veelhoeken omstructureren naar rechthoeken en driehoeken en veelvlakken naar kubussen, balken, piramides en prisma's en dergelijke. Hij kan eigenschappen van vlakke en ruimtelijke figuren, waaronder de platonische lichamen, aan de hand van hun eigenschappen verwoorden en benoemen. De startbekwame leraar kent de benamingen van figuren en objecten: driehoek (gelijkbenig, gelijkzijdig, rechthoekig stomphoekig, scherphoekig), vierkant, rechthoek, ruit, parallellogram, trapezium, cirkel, penta- en hexagoon, kubus, balk, prisma, piramide, cilinder, kegel en bol.
- **Visualiseren en presenteren**

De startbekwame leraar kan een schematische representatie van de werkelijkheid interpreteren. Hij kan vlakke tekeningen van ruimtelijke situaties interpreteren en bewerken, zoals foto's, plattegronden al of niet met hoogtegetallen, aanzichten (boven, voor, achter, linker en rechter), patroon tekeningen, landkaarten en bouwtekeningen. Hij maakt daarbij gebruik van uitslagen, doorsnedes, projecties en digitale hulpmiddelen. Hij kan het begrip 'schaal' hanteren.

Wiskundedidactiek

Naast de kennis van meetkunde uit de vorige paragraaf heeft de startbekwame leraar didactische kennis waarmee hij leerlingen inzicht kan laten verwerven in de vijf deelgebieden van de meetkunde. Hij weet dat het leerproces in de basisschool verloopt van ervaren via verklaren naar verbinden. Hij weet deze drie onderwijsleerfasen ook te laten plaatsvinden.

De startbekwame leraar weet dat het bij ervaren gaat om leren door ondervinding: gewaarworden, voelen, zien en handelen. Hij weet dat het bij verklaren gaat om iets duidelijk maken, interpreteren, toelichten, uitleggen, duiden en verhelderen. Hierbij spelen beschrijven en (be)redeneren een belangrijke rol, waarbij de leerlingen meetkundetaal, getallen, ruimtelijke figuren en situaties kunnen gebruiken. Bij verbinden gaat het om het aaneenschakelen en combineren van meetkundige ervaringen, verklaringen en verschijnselen.

De startbekwame leraar is in staat bij leerlingen verwondering te wekken en vragen op te roepen over meetkundige verschijnselen en met hen onderzoeksmatig antwoorden op vragen te zoeken en verklaringen voor verschijnselen te vinden. Daarbij is hij in staat om relevante situaties vanuit andere vakken te benutten en moderne technologie in te zetten.

Domein 5: Verbanden

Verbanden	
Wiskundekennis	Wiskundedidactiek
Kennis en -vaardigheid, inclusief 'weten waarom' en gerelateerde wiskundetaal van: <ul style="list-style-type: none"> • gangbare grafieken en schema's: lijngrafiek, cirkeldiagram, histogram, staafdiagram, stengel- en bladdiagram, blokdiagram, boxplot, puntenwolk, stroomdiagram en beelddiagram • bij deze grafieken plaatsen van eenheden en grootheden langs assen en passende legenda • informatie uit grafieken op waarde schatten • weten welk type grafiek of representatie passend is in een gegeven situatie • eenvoudige vergelijkingen oplossen • formule en grafiek maken bij lineair verband • centrummaten • causaal en significant verband 	Leerlingen ondersteunen bij: <ul style="list-style-type: none"> • het ontwikkelen van representaties, modellen en grafieken als vorm van mathematiseren; • ordenen van informatie tot passende representaties; • het interpreteren van grafieken. Moeilijkheid voor leerlingen kennen en herkennen van bepaalde representaties, en hen wapenen tegen misleidende representaties en grafieken.

Inleiding

Grafieken kunnen helpen bij het doorzien van verbanden, mechanismen en systemen. Grafieken zijn ook nodig omdat er steeds meer gegevens

beschikbaar zijn die vragen om een overzichtelijke manier van weergeven. We kunnen de informatiemaatschappij typeren als een 'grey-box society'. Van veel communicatietechnologie is het niet nodig om te weten hoe zij werkt om er wel gebruik van te maken. Wel is het nodig om nieuwe vormen van grafische representatie te voorzien en te kunnen lezen, zoals die bijvoorbeeld op een smartphone verschijnen.

Het maatschappelijk belang van het domein Verbanden wordt steeds groter. In het verlengde hiervan wint het vakgebied statistiek aan belang, waarbij het bijvoorbeeld gaat om het inzicht dat data uit een steekproef een voorspellende waarde hebben voor de hele populatie.

Wiskunde

De startbekwame leraar kan gangbare grafieken en schema's gebruiken om informatie die zich daarvoor leent te representeren. Hij kan grafieken lezen en vergelijken en informatie uit grafieken op waarde schatten. Hij kan geschikte keuzes maken bij de assen en schaal bij (lijn)grafieken en kleurgebruik in de grafiek teneinde bepaalde elementen te accentueren. Hij doorziet de keuze voor een niet-passende soort grafiek en de suggestie van continuïteit in situaties waarin hiervan geen sprake is omdat de situatie discreet is.

De startbekwame leraar kent gangbare typen grafieken en kan die gebruiken in situaties die zich daarvoor lenen. Het gaat daarbij om de lijngrafiek, cirkeldiagram, histogram, staafdiagram, stengel- en bladdiagram, blokdiagram, boxplot, puntenwolk, stroomdiagram en beelddiagram.

Een startbekwame leraar kan bij het maken van grafieken passende keuzes maken over welke representatie op een bepaald moment de meest adequate is, hoe deze representatie de data zo effectief mogelijk weergeeft en hoe de gekozen representatie past bij de doelgroep.

Een startbekwame leraar kan rekenen gerelateerd aan verbanden en grafieken. Hij kan in concrete situaties twee vergelijkingen met twee onbekenden oplossen. Ook kan hij formules maken bij lineaire verbanden in concrete situaties en een formule vertalen in een grafiek.

Een startbekwame leraar kent de specifieke wiskundetaal rond verbanden (de namen van grafieken) en begrippen die daarbij worden gebruikt (assen, legenda en dalen en stijgen). Hij kent ook overige begrippen die worden gebruikt bij het ordenen en representeren van informatie (gemiddelde, sectoren en graden). Hij kent verschillende type verbanden, zoals lineair verband, kwadratisch verband en exponentieel verband en weet dat in dit laatste geval de groei op den duur altijd die van een lineair verband of kwadratisch verband overstijgt.

Begrippen die niet direct bij de leerstof van de basisschool horen maar waar de startbekwame leraar wel betekenis aan kan geven in verband met het ordenen en duiden van informatie en waarmee hij passend kan rekenen zijn: percentielscore, mediaan, modus en modaal, causaal en significant verband.

Kennis van informatieverwerking en verbanden die niet bij de leerstof van de basisschool horen, maar die de startbekwame leraar wel heeft met het oog op het volgen van de vorderingen bij de leerlingen betreft de wiskundige aspecten van de grafische weergave van gegevens uit leerlingvolgsystemen.

De startbekwame leraar is in staat grafieken uit andere vakgebieden wiskundig te doordenken en kan representaties uit andere reken-wiskundedomeinen beschouwen vanuit het domein Verbanden.

Wiskundendidactiek

Naast de wiskundige kennis uit de vorige paragraaf beheerst de vakbekwame leraar didactische kennis waarmee hij het leerproces van de leerlingen op de basisschool op gang brengt, ondersteunt en stimuleert. Denk hierbij aan het inzetten van de relatie tussen werkelijkheid en mogelijke wiskundige representaties en aan het passend omgaan met informatie (ordenen en schematiseren).

De startbekwame leraar is in staat leerlingen te ondersteunen bij het vertalen van informatie naar passende representaties of grafieken, waarbij de informatie uit de situatie helder naar voren komt in de compacte beschrijvingswijze. Bij deze representaties gaat het om een grafiek, cirkel (sectordiagram), strook, (dubbele) getallenlijn en verhoudingstabel maar ook om, in meer algemene zin, een infographic.

De startbekwame leraar is in staat om leerlingen te begeleiden bij de ontwikkeling van het ontwerpen van grafieken als abstrahering van de werkelijkheid naar grafieken als zelfstandige wiskundige objecten. Hij is daarbij in staat een bij leerlingen passend niveau van schematisering, modellering en abstractie te kiezen. Het gaat hierbij om horizontaal mathematiseren waarin een belangrijke rol is weggelegd voor het schematiseren en modelleren van de werkelijkheid.

De startbekwame leraar kan grafieken uit andere vakgebieden met leerlingen op een wiskundige wijze verkennen. Hij kan verder representaties uit andere reken-wiskundedomeinen voor leerlingen verbinden met aspecten van verbanden, inclusief de daarbij behorende wiskundetaal. In dit kader kent de startbekwame leraar ook mogelijkheden voor het gebruik van infographics.

Bronnen

- Ball, D. L., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, (59), 389-407.
- Boswinkel, N., Buijs, K., & Van Os, S. (2012). *Passende perspectieven rekenen. Overzichten van leerroutes*. Enschede: SLO.
- Clements, D. H., Bishop, A. J., Keitel, C., Kilpatrick, J., & Leung, F. K. (2013). *Third International Handbook of Mathematics Education*. New York, Heidelberg, Dordrecht, London: Springer.
- Freudenthal, H. (1971). Geometry between the devil and the deep sea. *Educational Studies in Mathematics*, 3(3/4), 413-435.

- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Goffree, F., & Dolk, M. (red.). (1995). *Proeve van een nationaal programma rekenen-wiskunde & didactiek op de pabo*. Enschede/Utrecht: Instituut voor Leerplanontwikkeling / NVORWO.
- Gravemeijer, K. (2016). Reken-wiskundeonderwijs voor de 21e eeuw: Zet vooral in op kennis die een aanvulling is op wat de computer al kan. *Tijdschrift voor Remedial Teaching*, 24(3), 20-22.
- Keijzer, R., Van Doornik-Beemer, H., & Oonk, W. (2017). Opleiden voor wiskunde in het basisonderwijs. In I. Pauw, & G. Geerdink, *Kennisbasis Lerarenopleiders. Katern 3 Inhoud en vakdidactiek op de lerarenopleidingen* (pp. 131-136). Eindhoven: Velon.
- KNAW. (2009). *Rekenonderwijs op de basisschool. Analyse en sleutels tot verbetering*. Amsterdam: Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen.
- McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A Proposed Framework for Examining Basic Number Sense. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 2-8.
- Oonk, W., Van Zanten, M. A., & Keijzer, R. (2007). Gecijferdheid, vier eeuwen ontwikkeling. *Reken-Wiskundeonderwijs: Onderzoek, Ontwikkeling, Praktijk*, 26(3), 3-18.
- Paulos, J. A. (1988). *Innumeracy, mathematical illiteracy and its consequences*. New York: Hill and Wang.
- Polya, G. (1948). *How to solve it: a new aspect of mathematical method*. Princeton: Princeton UP.
- Treffers, A. (1987). *Three dimensions. A model of goal and theory description in mathematics instruction - The Wiskobas project*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Treffers, A., De Moor, E., & Feijs, E. (1989). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. I. Overzicht einddoelen*. Tilburg: Zwijsen.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., Buijs, K., & Treffers, A. (Red.). (2001). *Kinderen leren rekenen. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Hele getallen bovenbouw basisschool*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Van Groenestijn, M., Borghouts, C., & Janssen, C. (2011). *Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie*. Assen: Van Gorcum.
- Van Nes, F. (2009). *Young Children's Spatial Structuring Ability and Emerging Number Sense*. Utrecht: Freudenthal Institute for Science and Mathematics Education.

Redactieteam

Kerngroep

- Gerard Boersma, *Hogeschool van Arnhem en Nijmegen*
- Jos van Etten, *Hogeschool Rotterdam*
- Edwin Grotentraast, *Fontys*
- Marian Steverink, *Iselinge Hogeschool*
- Dirk de Vries, *Hanze Hogeschool Groningen*



Schrijfgroep

- Gerard Boersma, *Hogeschool van Arnhem en Nijmegen*
- Ronald Keijzer, *Hogeschool iPabo*
- Anneke Wösten, *Katholieke Pabo Zwolle*

Colofon

Den Haag, februari 2018

Uitgave

10voordeleraar, Vereniging Hogescholen

www.10voordeleraar.nl