Kernbegrippen Kennisbasis Breuken

De omschreven begrippen worden expliciet genoemd in de Kennisbasis. De begrippen zijn in alfabetische volgorde opgenomen.

• Breuk

Een breuk is een getal waarmee je:

1 een deel van een geheel;
2 de uitkomst van een verdeling;
3 een deel van een aantal;
4 een deel van een maat;
5 een meetbaar getal op de getallenlijn (rationaal getal), een rekengetal;
6 en een verhouding kunt weergeven.

Een breuk schrijf je met twee getallen, gescheiden door een schuine of een rechte breukstreep. Het bovenste getal is 'de teller', dit getal geeft het aantal delen in het deel aan. Het onderste getal is 'de noemer', dit getal geeft het aantal delen in het geheel aan.

Voorbeelden:

1. een deel van een geheel.
'Er ligt $\frac{3}{4}$ pizza op het bord' betekent dat de pizza in 4 gelijke stukken is verdeeld en dat 3 van de 4 stukken op het bord liggen.
2. de uitkomst van een verdeling.
'Verdeel 3 appels met 4 personen'. Iedere persoon kan $\frac{1}{2}$ appel en $\frac{1}{4}$ appel krijgen.
3. een deel van een aantal.
'$\frac{2}{3}$ deel van de 48.000 toeschouwers in het stadion juichte voor de thuisclub' betekent dat het aantal toeschouwers in 3 gelijke groepen is verdeeld van 48.000 : 3 = 16.000 toeschouwers en dat 2 x 16.000 = 32.000 toeschouwers voor de thuisclub juichten.
4. een deel van een maat.
'Een $\frac{1}{2}$ uur, 1,6 kilometer, $\frac{3}{4}$ kilogram'.
5. een getal op de getallenlijn of een rekengetal.
'Welk getal ligt precies tussen $\frac{3}{5}$ en $\frac{3}{7}$ op de getallenlijn?'
6. een breuk als weergave van een verhouding.
'De verhouding tussen het aantal mannen en het aantal studenten op de lerarenopleiding basisonderwijs in Nederland is ongeveer 1 : 6'. Dat betekent dat $\frac{1}{6}$ deel van de studenten een man is en dat $\frac{6}{7}$ deel van de studenten een vrouw is'.

• Breuk, een benoemde breuk

Een benoemde breuk is een getal waaraan een betekenis gekoppeld is. In $\frac{5}{6}$ reep chocola, $1\frac{1}{2}$ kilogram kaas en $\frac{2}{3}$ deel van een doos van 12 eieren, noemen we $\frac{5}{6}$, $1\frac{1}{2}$ en $\frac{2}{3}$ benoemde breuken.

• Breuk, een decimale breuk

Een decimale breuk is een breuk waarbij in de noemer een macht van 10, dus 10, 100, 1.000, ..., staat. Decimale breuken worden meestal als kommagetal geschreven. In het positiesysteem is de positie achter de komma achtereenvolgens voor de tienden, de honderdsten, de duizendsten, enzovoort, dus:

$\frac{1}{10} = 0,1$; $\frac{1}{100} = 0,01$; $\frac{1}{1.000} = 0,001$;
$0,725 = \frac{7}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1.000} = \frac{700}{1.000} + \frac{20}{1.000} + \frac{5}{1.000} = \frac{725}{1.000}$.

Je rekent een breuk om naar een decimale breuk door in een staartdeling de teller door de noemer te delen.

• Breuk, een echte breuk

Een echte breuk is een breuk waarin de teller kleiner is dan de noemer en de waarde van de breuk dus kleiner is dan 1. De breuk $\frac{2}{3}$ is een echte breuk, omdat 2 kleiner is dan 3 en de totale waarde van de breuk kleiner is dan 1. De breuk $\frac{6}{5}$ is een onechte breuk omdat de teller 6 groter is dan de noemer 5. De waarde van een onechte breuk is groter dan 1 of gelijk aan 1.

- **Breuk, gelijknamige breuken**

Gelijknamige breuken zijn breuken waarvan de noemers gelijk zijn. De breuken $\frac{3}{8}$ en $\frac{5}{8}$ zijn gelijknamige breuken, want beide breuken hebben de zelfde noemer.

- **Breuk, een gemengd getal**

Een gemengd getal of een gemengde breuk is de som van een geheel getal en een echte breuk. De breuk $2\frac{4}{5}$ is een gemengd getal, want $2 + \frac{4}{5} = 2\frac{4}{5}$.

- **Breuk, een kale breuk**

Kale breuken zijn breuken waar je geen betekenis aan koppelt en die je meestal gebruikt om formeel mee te redeneren en te rekenen. In $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{6}$ zijn $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ en $1\frac{1}{6}$ kale breuken.

- **Breuk, een onechte breuk**

Zie: Breuk, echte breuk.

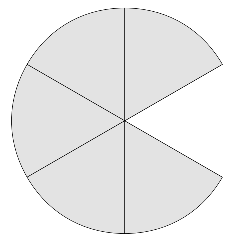
- **Breuk, een stambreuk**

Een stambreuk is een breuk waarvan de teller 1 is. De breuken $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ en $\frac{1}{8}$ zijn stambreuken.

- **Breuk, een streepbreuk**

Zie: Breuk.

- **Cirkelmodel**



Het cirkelmodel gebruik je bij het rekenen en redeneren met breuken. Het is een schematische weergave van een verdeelsituatie in een cirkel. Een cirkel representeert een geheel en in een verdeling van de cirkel zijn de delen zichtbaar, zoals bijvoorbeeld bij de breuk $\frac{5}{6}$ deel.

- **Commutatieve eigenschap**

Een bewerking heeft de commutatieve eigenschap (wisseleigenschap) als je de getallen in de bewerkingsvolgorde kunt verwisselen zonder dat de uitkomst verandert. De bewerkingen optellen en vermenigvuldigen hebben de commutatieve eigenschap. Bijvoorbeeld $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$ en $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$.
De bewerkingen aftrekken en delen hebben de commutatieve eigenschap niet.

- **Contextualiseren**

Contextualiseren van een kale som is het toevoegen van een context aan de som waardoor de getallen en de bewerking in de opgave betekenis krijgen. De opgave $12 : \frac{3}{4} =$ kun je contextualiseren met de vraag: ‘Hoeveel stukken kaas van $\frac{3}{4}$ kilogram kan de kaasboer van een kaas van 12 kilogram snijden?’

- **Decontextualiseren**

Decontextualiseren van een contextopgave is het vervangen van de contextopgave door een kale som waarin de getallen en de bewerking geen betekenis meer hebben.
De contextopgave ‘Van de leerlingen van basisschool Het Vierkant is $\frac{4}{5}$ deel lid van een sportvereniging. Van de kinderen die lid zijn van een sportvereniging zit $\frac{3}{4}$ deel op voetballen. Welk deel van de leerlingen van basisschool Het Vierkant is lid van een voetbalvereniging?’, kun je decontextualiseren met de
berekening $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} =$.

- **Delers van een getal**

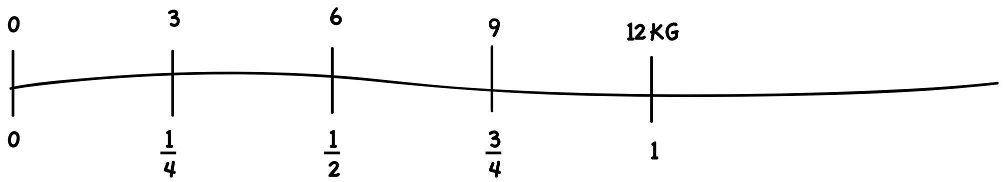
Alle getallen waardoor je een getal a kunt delen noemen we de delers van het getal a. De delers van 12 zijn: 1, 2, 3, 4, 6 en 12, want je kunt 12 delen door 1, 2, 3, 4, 6 en 12.

- **Distributieve eigenschap van de bewerking vermenigvuldigen t.o.v. de bewerking optellen**

De bewerking vermenigvuldigen heeft de distributieve eigenschap (verdeeleigenschap) ten opzichte van de bewerking optellen. Dat betekent dat het product van een factor en een som gelijk is aan de som van de afzonderlijke producten.
In de berekening $\frac{2}{3}(2 + \frac{1}{2}) = \frac{2}{3} \times 2 + \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$, is $\frac{2}{3}$ de factor en $(2 + \frac{1}{2})$ de som, $\frac{2}{3}(2 + \frac{1}{2})$ het product van de factor en de som en is $\frac{2}{3} \times 2 + \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$ de som van de afzonderlijke producten.

• Dubbele getallenlijn

De dubbele getallenlijn is een model dat je kunt gebruiken bij het rekenen en redeneren met breuken. Het is een schematische weergave van een verdeelsituatie op een getallenlijn met aan twee zijden een schaalverdeling waarmee de relatie tussen een deel en het geheel duidelijk wordt weergegeven.
Een dubbele getallenlijn die de relatie weergeeft tussen het deel van een kaas van 12 kilogram en het gewicht van het deel:



• Gelijknamig maken

Breuken gelijknamig maken is: breuken op de zelfde noemer zetten met behulp van gelijkwaardige breuken. De breuken $\frac{2}{3}$ en $\frac{3}{5}$ maak je gelijknamig door beide breuken op de noemer 15 (of een veelvoud van 15) te zetten: $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$ en $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$. De breuken $\frac{10}{15}$ en $\frac{9}{15}$ zijn gelijknamig.

• GGD

De GGD, de grootste gemeenschappelijke deler, van twee (of meer) getallen is het grootste getal waardoor je die getallen kunt delen. De GGD van 12 en 18 is 6. Je noteert dat als: GGD(12, 18) = 6. Je noemt dat de notatie van de GGD van 12 en 18. De GGD van 27, 36 en 54 is 9. Notatie: GGD(27, 36, 54) = 9.
Bij het vereenvoudigen van breuken deel je de teller en de noemer door de GGD van de teller en de noemer, dus: $\frac{12}{18} = \frac{12 : 6}{18 : 6} = \frac{2}{3}$.

• KGV

Het KGV, het kleinste gemeenschappelijke veelvoud van twee (of meer) getallen is het kleinste getal waarvan die getallen een deler zijn. Het KGV van 12 en 18 is bijvoorbeeld: 36. De notatie is: KGV(12, 18) = 36. Het KGV van 12, 15 en 18 is 180. Notatie (12, 15, 18) = 180.
Bij het gelijknamig maken van breuken kan het KGV van de noemers (of een veelvoud van het KGV van de noemers) de nieuwe noemer zijn. De breuken $\frac{7}{12}$ en $\frac{7}{18}$ zijn gelijknamig: $\frac{21}{36}$ en $\frac{14}{36}$.

• Kommagetallen

Zie: Decimale breuken.

• Noemer

De noemer van een breuk is het getal dat onder de breukstreep geschreven wordt en aangeeft in hoeveel delen het geheel verdeeld is. In de breuk $\frac{5}{7}$ is de noemer 7. Het geheel is in 7 delen verdeeld. ‘Er ligt $\frac{5}{7}$ pizza op het bord’ betekent dat de pizza in 7 stukken verdeeld is en dat 5 van die stukken op het bord liggen.

• Ondermaat

In een benoemde breuk is het betekenis verlenende object de ondermaat. Door een goed gekozen ondermaat kun je met een benoemde breuk redeneren en rekenen.
In de opgave $\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$ is een uur een goed gekozen ondermaat omdat een uur verdeeld is in 60 minuten en je van 60 minuten $\frac{2}{3}$ deel en $\frac{1}{4}$ deel kunt nemen.
In de opgave $\frac{1}{2}$ x $\frac{5}{6}$ is een eierdoos van 12 eieren een geschikte ondermaat omdat je van 12 eieren $\frac{5}{6}$ deel (10 eieren) en van 10 eieren de helft kunt nemen.

• Periode repeterende breuk

Een periode van een repeterende breuk is de rij cijfers die herhaald wordt in het patroon van de decimalen van de breuk. De periode van $\frac{2}{3}$ = 0,66666.....is 6; de periode van $\frac{5}{11}$ = 0,454545..... is 45; de periode
van $\frac{6}{7}$ = 0,857142857142857142..... is 857142.

- **Priemfactor van een getal**

Een priemfactor van een geheel getal a is een priemgetal waardoor je het getal a kunt delen.
De priemfactoren van 18 zijn 2 en 3, want je kunt 18 delen door 2 en door 3. De getallen 2 en 3 zijn beide priemgetallen. De getallen 6 en 9 zijn wel factoren van 18, maar geen priemfactoren omdat 6 en 9 geen priemgetallen zijn.

- **Priemgetal**

Een priemgetal is een getal met precies twee delers, het getal 1 en het getal zelf. Het getal 13 is een priemgetal, want je kunt 13 delen door 1 en door 13 en verder door geen ander geheel getal. Het getal 12 is geen priemgetal, want je kunt 12 delen door 1 en door 12, maar ook nog door 2, 3, 4 en 6.

- **Product**

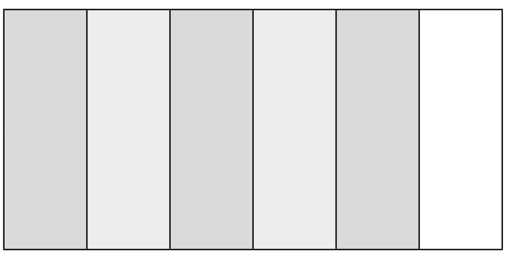
Het product van 2 (of meer) getallen is de uitkomst die je krijgt als je die getallen met elkaar vermenigvuldigt. Het product van $\frac{2}{3}$ en $\frac{4}{5}$ is $\frac{8}{15}$, want $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$.

- **Quotiënt**

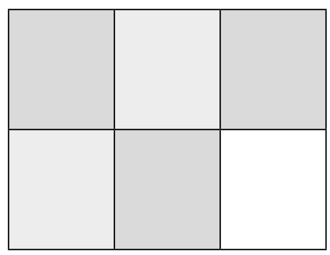
Het quotiënt van 2 getallen is de uitkomst die je krijgt als je de getallen op elkaar deelt. Het quotiënt van $2\frac{1}{2}$ en $\frac{3}{4}$ is $3\frac{1}{3}$, want $2\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = 3\frac{1}{3}$.

- **Rechthoekmodel**

Het rechthoekmodel is een model dat je gebruikt bij het rekenen en redeneren met breuken. Het is een schematische weergave van een verdeelsituatie in een rechthoek. Één rechthoek representeert een geheel en in de verdeling van de rechthoek zijn de delen zichtbaar, zoals bijvoorbeeld bij de breuk $\frac{5}{6}$ deel.



of



Het rechthoekmodel kun je ook gebruiken om de berekening van het product van 2 gemengde breuken te verduidelijken, bijvoorbeeld: $1\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{2} = 1 \times 2 + 1 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 2 + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$.
In een rechthoekmodel weergegeven:

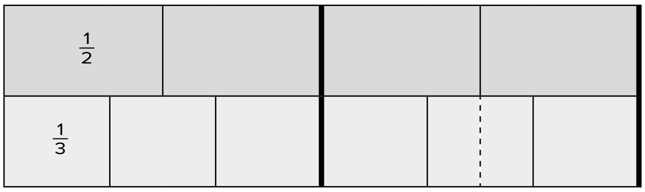
	2	$\frac{1}{2}$
1	1×2	$1 \times \frac{1}{2}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} \times 2$	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$

- **Rekenniveaus: contextniveau, schematisch niveau en formeel niveau**
    - Contextniveau:

    Het contextniveau is het eerste niveau waarop je met breuken redeneert en rekent. Je gebruikt zinvolle, betekenisverlenende contexten die de breuken betekenis geven en ervoor zorgen dat je bij het redeneren en rekenen met breuken gebruik kunt maken van je kennis van de contextsituatie. Bijvoorbeeld: de opgave 'In één glas limonade past $\frac{1}{5}$ liter cola. Hoeveel glazen kan ik vol schenken uit één literfles cola?', is een probleem dat handelend met glazen en flessen op contextniveau opgelost kan worden. Je kunt je daar iets bij voorstellen omdat je het waarschijnlijk vaker doet.

- Schematisch niveau:

Het schematische niveau is het tweede niveau waarop je met breuken redeneert en rekent. Je gebruikt functionele reken- en denkmodellen zoals de verhoudingstabel, het strookmodel, het cirkelmodel en het rechthoekmodel. Het model is een schematische weergave van de onderlinge grootte relaties van de breuken. Het model ondersteunt het redeneren en rekenen met breuken. Bijvoorbeeld: met het strookmodel kun je de uitkomst van $1\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ beredeneren:



Je kunt $\frac{1}{3}$ strook $4\frac{1}{2}$ keer afpassen op $1\frac{1}{2}$ strook, dus $1\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = 4\frac{1}{2}$.
De modellen van het tweede rekenniveau zijn een brug tussen de contexten van het eerste rekenniveau en de formele rekenregels van het derde rekenniveau.

- Formeel niveau:

Het formele niveau is het derde niveau waarop we met breuken redeneren en rekenen. Op dit niveau gebruik je eigenschappen van bewerkingen zoals de wisseleigenschap en de verdeeleigenschap en van rekenregels voor het rekenen met breuken, zoals: 'je kunt een breuk vereenvoudigen door teller en noemer te delen door de GGD van teller en noemer.' en: 'je kunt een getal delen door een breuk door het getal te vermenigvuldigen met het omgekeerde van de breuk.'
Voorbeeld 1: als je $\frac{48}{78}$ vereenvoudigt, bepaal je eerst de GGD(48, 78) = 6. Dus: $\frac{48}{78} = \frac{48 : 6}{78 : 6} = \frac{8}{13}$.
Voorbeeld 2: $2\frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{5}{2} : \frac{2}{3} = \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$.

Bij het rekenen en redeneren worden breuken opgevat als rationale getallen, dat betekent meetbare getallen.

• Repeterende breuk

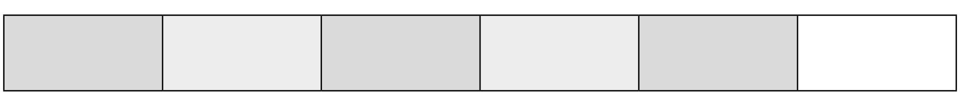
Een repeterende breuk is een breuk die als decimale breuk met een oneindig aantal decimalen geschreven wordt, waarbij de cijfers van de decimalen in een patroon gerepeteerd worden, dat is herhaald worden. De cijfers die herhaald worden noem je de 'repetent' of de 'periode' van de breuk. De breuken $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{11}$ en $\frac{6}{7}$ zijn repeterende breuken:
Voorbeeld 1: $\frac{2}{3}$ = 0,66666....., met repetent 6. Notatie: $\frac{2}{3}$ = 0,/6/.
Voorbeeld 2: $\frac{5}{11}$ = 0,454545....., met repetent 45. Notatie: $\frac{5}{11}$ = 0,/45/.
Voorbeeld 3: $\frac{6}{7}$ = 0,857142857142857142....., met repetent 857142. Notatie: $\frac{6}{7}$ = 0,/857142/.

• Som

De som van 2 (of meer) getallen is de uitkomst die je krijgt als je die getallen optelt. De som van $\frac{1}{2}$ en $\frac{1}{3}$ is $\frac{5}{6}$, want $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$.

• Strookmodel

Het strookmodel is een model dat je gebruikt bij het rekenen en redeneren met breuken en is een schematische weergave van een verdeelsituatie in een strook. Een strook representeert een geheel en in de verdeling van de strook worden de delen zichtbaar gemaakt. De lengte van de strook kan gebruikt worden om de strook te verdelen en om te redeneren bij het optellen en aftrekken van breuken, er wordt dan met de stroken 'gemeten'. Je kunt de breuk $\frac{5}{6}$ deel weergeven met het strookmodel:



Het strookmodel kun je bij het gebruik van stroken papier goed gebruiken voor het vereenvoudigen, optellen en aftrekken van breuken. Tekeningen van het strookmodel kun je gebruiken om het vermenigvuldigen en delen van breuken schematisch weer te geven. Het ‘brede strookmodel’ gaat over in het ‘rechthoekmodel’.

• **Teller**

De teller van de breuk is het getal dat je boven de breukstreep schrijft en dat aangeeft hoeveel delen er in het deel van het geheel zijn. In de breuk $\frac{5}{7}$ is de teller 5. Het geheel is in 7 delen verdeeld en de teller geeft aan dat 5 van de 7 delen in het deel van het geheel zitten. De zin ‘Er ligt $\frac{5}{7}$ pizza op het bord’, betekent dat de pizza in 7 stukken verdeeld is en dat 5 van deze stukken op het bord liggen.

• **Veelvoud van een getal**

Als je een getal a vermenigvuldigt met een geheel getal, dan is het product een veelvoud van het getal a. Veelvouden van 9 zijn: 0 x 9 = 0, 1 x 9 = 9, 2 x 9 = 18, 3 x 9= 27, 36, 45, 54, 63 enzovoort.

• **Verdelingsdeling**

Een verdelingsdeling is een deling waarin een aantal of een deel verdeeld wordt. Bijvoorbeeld: 12 appels verdelen over 3 zakken, dat is in elke zak 4 appels. Of: $\frac{3}{4}$ pannenkoek in 2 gelijke stukken snijden, dan is elk stuk $\frac{3}{8}$ deel van de pannenkoek.

• **Vereenvoudigen van een breuk**

Het vereenvoudigen van een breuk is het vervangen van de breuk door een gelijkwaardige breuk met een zo klein mogelijke teller en noemer, bijvoorbeeld: $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$, $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$ en $\frac{75}{125} = \frac{3}{5}$. Je kunt een breuk vereenvoudigen door de teller en de noemer te delen door de GGD van de teller en de noemer.

• **Verhoudingsdeling**

Een verhoudingsdeling is een deling waarin een aantal of een deel ‘op het geheel afgepast’ of ‘ín het geheel gepast’ wordt, bijvoorbeeld: 12 appels met 3 appels in een zak. Dan kun je 4 zakken vullen.
Of: Je hebt $\frac{3}{4}$ pannenkoek. Hoeveel stukken van $\frac{3}{8}$ pannenkoek kan je daar van snijden? Twee stukken.

• **Verhoudingstabel bij breuken**

Een verhoudingstabel is een denk- of rekenmodel dat je gebruikt bij het redeneren en rekenen met breuken. De tabel heeft 2 rijen waarin het denk- en rekenwerk overzichtelijk weergegeven kan worden.
Voorbeeld 1: Bij het redeneren noteer je in één rij de grootheid en in de andere rij de verdeling daarvan.

Sara heeft $\frac{3}{5}$ deel van haar boek gelezen.
Nog 90 bladzijden lezen, dan heeft zij het boek uit.
Hoeveel bladzijden zitten er in haar boek?

:2 x5

deel	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{5}{5}$
aantal bladzijden	90	45	225

:2 x5

Voorbeeld 2:
Bij het rekenen met breuken geef je de verhouding tussen 2 getallen weer in de tabel:

Bereken $2\frac{2}{3} : 1\frac{1}{4} =$

x3 x4

$2\frac{2}{3}$	8	32
$1\frac{1}{4}$	$3\frac{3}{4}$	15

x3 x4

Dus $2\frac{2}{3} : 1\frac{1}{4} = \frac{32}{15} = 2\frac{2}{15}$.

• **Verschil**

Het verschil van 2 getallen is de uitkomst die je krijgt als je die getallen van elkaar aftrekt. Het verschil van
$\frac{1}{2}$ en $\frac{1}{3}$ is $\frac{1}{6}$, want $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

• Wegstrepen

Wegstrepen bij het rekenen met breuken is het vereenvoudigen van de breuken voordat je vermenigvuldigt, bijvoorbeeld:

$\frac{8}{9}$ x $\frac{15}{32}$ met wegstrepen is $\frac{\overset{1}{\cancel{8}}}{\underset{3}{\cancel{9}}}$ x $\frac{\overset{5}{\cancel{15}}}{\underset{4}{\cancel{32}}}$ = $\frac{1}{3}$ x $\frac{5}{4}$ = $\frac{5}{12}$.

Voorafgaand aan het vermenigvuldigen vereenvoudig je kruiselings, namelijk: $\frac{8}{32} = \frac{1}{4}$ en $\frac{15}{9} = \frac{5}{3}$, want $\frac{8}{9}$ x $\frac{15}{32}$ = $\frac{8}{32}$ x $\frac{15}{9}$.

Je kunt ook eerst vermenigvuldigen en dan vereenvoudigen, dus zonder weg te strepen, dus: $\frac{8}{9}$ x $\frac{15}{32} = \frac{8 \times 15}{9 \times 32} = \frac{120}{288} = \frac{5}{12}$. Dan vereenvoudig je na het vermenigvuldigen.

Het is natuurlijk efficiënt om eerst te vereenvoudigen en daarna te vermenigvuldigen.